МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Волжский филиал ФГБОУ ВПО «ПГТУ»)

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Сборник заданий к практическим работам
для студентов

1.Решать задания 1-9 с объяснением.
2.Ответить на любые 7 контрольных вопросов из 10 (стр.18).

В данных методических указаниях приведены основные сведения и руководящий материал по курсу «Основы научных исследований». Более глубокие и обширные знания можно получить после знакомства с соответствующей литературой. При работе с литературными источниками следует обратить особое внимание на применение средств вычислительной техники для решения инженерных задач статистической обработки результатов экспериментальных исследований.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НАУКЕ И НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Содержание темы. Краткая историческая справка о вкладе российских ученых в создание машин-орудий, двигателей внутреннего сгорания, автомобилей, тракторов и лесных машин.

Понятие о науке и технике. Системная характеристика науки. Характерные черты современной науки. Классификация научных исследований: фундаментальные, прикладные, разработки. Взаимосвязь науки и производства.

Структура научного исследования: выбор направления научного исследования, постановка и развертывание проблемы, сбор и анализ информации, разработка рабочей гипотезы, теоретическое исследование, экспериментальное исследование, анализ и сопоставление результатов, представление и передача информации, освоение и внедрение результатов.

Всеобщий метод исследования - материалистическая диалектика. Методы эмпирического исследования: наблюдение, сравнение, измерение. Эксперимент: натурный, модельный. Методы эмпирического и теоретического уровня исследований: абстрагирование, анализ, синтез, индукция, дедукция, аналогия и подобие, моделирование. Методы теоретического исследования: идеализация, формализация, аксиоматический подход.

Теория и ее свойства: эвристичность, конструктивность, простота. Требования к теории: адекватность, полнота, внутренняя непротиворечивость и объяснимость связей.

Гипотеза и стадии ее становления: накопление материала, формирование и развертывание, проверка и превращение в теорию.

Организация научных исследований в лесной промышленности и сельском хозяйстве. Структурная схема этапов проектирования, изготовления, испытания и постановки на серийное производство новых машин и оборудования: научная проработка; разработка технической документации; изготовление, предварительные испытания и доводка опытных образцов; постановка на промышленное производство.

Система научно-исследовательской работы студентов в высшей школе. Основные направления развития высшего образования в России.

Организационные и методические основы научно-исследовательской работы студентов (НИРС). Формы и методы НИРС в учебном процессе (УИРС) и во внеучебное время (кружки, СКБ, участие в хоздоговорных и госбюджетных работах).

Структура организации НИРС на факультетах и в университете.

Основные направления научно-исследовательских работ на кафедрах факультетах и выпускающих кафедрах по специальности. Тематика кружков НИРС и СКБ на факультетах.
Комплексный план организации НИРС на весь период обучения по специальности.

Задание 1. Ответить письменно в конспективной форме на следующие вопросы.
*Вариант 0.*Характерные черты современной науки.
*Вариант 1.*Понятие о науке и технике. Системная характеристика науки.
Вариант 2. Определение и классификация научных исследований. Взаимосвязь науки и производства.
Вариант 3. Структура научного исследования.
Вариант 4. Постановка проблемы, ее поиск и развертывание. *Вариант* 5. Изучение материалов. Информационный поиск. Правила работы над книгой. Способы запоминания: механический, смысловой, повторение, выписка, аннотация, конспект.
Вариант 6. Гипотеза и стадии ее становления.
Вариант 7. Теория, ее свойства и требования к ней.
Вариант 8. Методы теоретических исследований.
Вариант 9. Структурная схема этапов проектирования, изготовления, испытания и постановки на серийное производство новых машин и оборудования.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Содержание темы. Основы теории подобия. Моделирование как средство отражения свойств материальных объектов. Классификация методов моделирования: вещественное (физическое, механическое, моделирование по аналогии), воображаемое. Электромеханическая аналогия, электротепловая аналогия. Условия механического подобия. Критерии подобия и масштабы моделирования. Критерий подобия Ньютона и число Фруда.

Определение масштабов моделирования при моделировании по критериям Ньютона, Коши, Рейнольдса. Приближенное моделирование. Методы построения проектных макетов. Функциональные модели.

Литература: [1,2].

Задание 2. Представить письменное решение приведенных ниже задач.

Вариант 0. При продувке модели легкового автомобиля, выполненной в масштабе 1:5, при скорости потока воздуха $V_м$ = 125 м/с величина аэродинамического сопротивления (ветровая нагрузка) составила $P_м$ = 800 Н. Определить значение скорости $V_н$ и сопротивления $P_н$ для натурного объекта. При расчете масштабов моделирования использовать критерий Рейнольдса Re.

Вариант 1. При испытании модели трактора, выполненной в масштабе 1:10, получены следующие значения скорости $V_м$= 1 м/с, мощности $N_м$= 15Вт и силы, потребной для протяжки модели, $P_м$ = 15 Н. Определить значение перечисленных параметров для натурного объекта. При расчете масштабов моделирования использовать критерии подобия Ньютона и Фруда.

Вариант 2. При испытании модели автомобиля, выполненной в масштабе 1:10, получены следующие значения: скорости $V_м$= 7 м/с, ускорения $j_м$= 3 м/с^2 и силы, потребной для протяжки модели, $P_м$ = 20 Н. Определить значения перечисленных параметров для натурного объекта. При расчете масштабов моделирования использовать критерии подобия Ньютона и Фруда.

Вариант 3. При испытании модели упругого элемента подвески автомобильного прицепа, выполненной в масштабе 1:10 и из того же материала, что и натурный образец, получены следующие значения: силы $P_м$ = 200 Н, напряжения $\sigma_м$ =80 Н/мм^2, частоты $\nu_м$ = 80 Гц. Определить значения перечисленных параметров для натурного объекта. При расчете масштабов моделирования использовать критерий Коши.

Вариант 4. При проливке серии жиклеров карбюратора с диаметром проходного отверстия d_1 = 0,8 мм установлено, что средняя пропускная способность жиклера равна Q = 315 см^3/мин. Определить, на сколько процентов увеличится пропускная способность жиклера при износе его отверстия до размера d_2 = 0,85 мм. При расчете масштаба моделирования K_Q использовать критерий Рейнольдса. Иметь в виду, что пропускная способность жиклера (расход топлива через жиклер) пропорциональна площади отверстия F и скорости жидкости V, т.е. $Q \approx \pi d^2 V/4$.

Вариант 5. Провести вычисления по условиям задачи варианта 0 при значениях $V_м$ =115 м/с, $P_м$ = 750 Н.

Вариант 6. Провести вычисления по условиям задачи варианта 1 при значениях $V_м$ = 1,15 м/с, $N_м$ = 18,4 Вт, $P_м$ = 16 Н.

Вариант 7. Провести вычисления по условиям задачи варианта 2 при значениях $V_м$ = 6,5 м/с, $j_м$ = 2,8 м/с^2, $P_м$ = 18 Н.

Вариант 8. Провести вычисления по условиям задачи варианта 3 при значениях $P_м$ = 180 Н, $\sigma_м$ = 75 Н/мм^2 , $\nu_м$ = 70 Гц.

Вариант 9. Провести вычисления по условиям задачи варианта 4 при значениях d_1 = 1 мм, d_2 = 1,1 мм, Q = 340 см^3/мин.

*Указания к выполнению задания***.** Изучить материалы главы III по учебнику [2, с. 46...66]. Усвояемость материала контролировать, обращаясь к вопросам, приведенным ниже.

Сводка формул для расчета масштабов моделирования приведена в табл.2.1.

$$K_l = \frac{l_н}{l_м};\ K_m = \frac{m_н}{m_м};\ K_t = \frac{t_н}{t_м}; K_V = \frac{V_н}{V_м}, \tag{2.1}$$

где K_l, K_m, K_t, K_v - масштаб линейных размеров l, масштабы масс m, времени t, скорости V соответственно. Индекс "н" относится к натурному объекту, индекс "м" - к модели.

При моделировании масштабом линейных размеров K_l обычно задаются. В задаче варианта 0 $K_l = 5$, в задаче варианта 1 $K_l = 10$ и т.д. Остальные масштабы моделирования обычно вычислять теоретически, выделяя в качестве определяющего один из критериев подобия. Приведем некоторые из них.

критерий подобия Ньютона

$$N = \frac{Pt^2}{ml} = \frac{\text{действующая сила}}{\text{сила инерции}} = idem^* ; \qquad (2.2)$$

число Фруда

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gl}} = idem ; \qquad (2.3)$$

критерий Коши

$$C = \frac{\rho V^2}{E} = \frac{\text{сила инерции}}{\text{сила упругости}} = idem ; \qquad (2.4)$$

критерий Рейнольдса

$$Re = \frac{Vl}{v} = \frac{\text{сила инерции}}{\text{сила вязкого трения}} = idem ; \qquad (2.5)$$

где g- ускорение свободного падения; ρ - плотность; E - модуль упругости; v - кинематическая вязкость жидкости.

В теории подобия показывается, что два явления или объекта подобны, если они имеют одинаковые числовые значения для критерия подобия.

* $idem$ (лат.) – то же самое, т.е. равенство может быть продолжено и далее.

Например, для числа Фруда:

$$\frac{V_н}{\sqrt{g_н l_н}} = \frac{V_м}{\sqrt{g_м l_м}} = idem; \qquad (2.6)$$

Поделив первую часть равенства (2.6) на вторую, получим:

$$\frac{K_v}{\sqrt{K_g K_l}} = 1. \qquad (2.7)$$

Откуда, имея в виду, что $K_g = 1$, получим выражение для масштаба скорости $K_v = \sqrt{K_l}$.

Масштаб сил находится непосредственно из критерия Ньютона N:

$$K_p = K_m K_l / K_t^2,$$

но при одинаковом материале модели и натурного объекта, т.е. при $K_\rho = K_m / K_l^3 = 1$, т.е. масштаб масс $K_m = K_l^3$, поэтому

$$K_p = \frac{K_l^3 * K_l}{\left(\sqrt{K_l}\right)^2} = K_l^3 \qquad (2.8)$$

Масштабы мощности, работы и т.д. находят, используя определительные уравнения (см. табл.2.1).

Таблица 2.1

Моделируемые параметры	Определительное уравнение	Формула размерности	Масштаб подобия при моделировании с учетом критериев		
			Ньютона, Фруда	Коши	Рейнольдса
Длина l , м	Основная единица	L	Kl	Kl	Kl
Масса m, кг	-“-	M	$K_m = K_l^3$	$K_m = K_l^3$	$K_m = K_l^3$
Время t, с	-“-	T	$K_t = \sqrt{K_l}$	$K_t = K_l$	$K_t = K_l^2$
Скорость V, м/с	V = dl/dt	$L \cdot T^{-1}$	$K_v = \sqrt{K_l}$	$K_v = 1$	$K_v = K_l^{-1}$
Ускорение j, м/с	J = dV/dt	$L \cdot T^{-2}$	$K_j = 1$	$K_j = K_l^{-1}$	$K_j = K_l^{-3}$
Сила P, H	P = m·j	$M \cdot L \cdot T^{-2}$	$K_p = K_l^3$	$K_p = K_l^2$	$K_p = K_l$
Работа А, Дж	A = P·l	$M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$	$K_A = K_l^4$	$K_A = K_l^3$	$K_A = K_l$
Мощность N, Вт	N = A/t	$M \cdot L^2 \cdot T^{-3}$	$K_N = K_l^{3,5}$	$K_N = K_l^2$	$K_N = K_l^{-1}$
Плотность ρ, кг/м^3	$\rho = m/l^3$	$M \cdot L^{-3}$	$K_\rho = 1$	$K_\rho = 1$	$K_\rho = 1$
Кинематическая вязкость v, м^2/с	v = P/V·l·ρ	$L^2 \cdot T^{-1}$	$K_v = K_l^{1,5}$	$K_v = 1$	$K_v = 1$

Переход от характеристик модели к характеристикам натурного объекта состоит в их пересчете (умножении) на соответствующие множители, численно равные масштабам моделирования (см. табл.2.1):

$$m_н = K_m * m_м\ ;\ V_н = K_V * V_м\ ;\ P_н = К_р * P_м\ ;\ N_н = K_N * N_м \text{ и т.д.} \qquad (2.9)$$

Контрольные вопросы

1. Сущность понятия «модель» и «метод моделирования».
2. Виды моделирования.
3. Сущность физического, механического и моделирования по аналогии. Математическое моделирование.
4. Условия механического подобия.
5. Коэффициенты подобия исходных (m, 1, t) и производных величин (N, A и т.д.). Определительные уравнения для силы, мощности, работы и т.д.
6. Взаимосвязь тождественности дифференциальных уравнений модели и натурного объекта с критериями подобия.
7. Аналитические выражения и физический смысл критериев подобия Ньютона, Коши, Рейнольдса.
8. Методика расчета масштабов моделирования.
9. Методика расчета параметров натурного объекта по результатам модельных испытаний.
10. Понятие о приближенном моделировании.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Содержание темы. Статистические методы в научном исследовании. Статистический подход. Массовые явления. Вариационный ряд. Эмпирическое распределение: полигон, гистограмма частот, комулята. Числовые характеристики эмпирического распределения случайной величины: характеристики положения центра рассеивания (среднее арифметическое, медиана, мода), характеристики рассеивания (размах, среднее квадратичное отклонение, дисперсия, коэффициент вариации). Теоретические законы распределения случайной величины: нормальный, экспоненциальный, закон распределения Вейбулла. Определение параметров нормального и экспоненциального законов распределения.

Выборочный метод. Генеральная совокупность и выборка объектов. Точечные оценки статистических характеристик генеральной совокупности (оценки математического ожидания и дисперсии - среднее арифметическое и выборочная дисперсия). Доверительные оценки статистических характеристик генеральной совокупности. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Доверительный интервал для математического ожидания. Распределение Стьюдента.

Статистическая проверка гипотез. Нулевая и альтернативная гипотезы. Статистический критерий. Допустимая и критические области. Односторонние и двухсторонние критические области. Критические точки. Уровень значимости.

Проверка гипотезы о случайности выборки: метод последовательных разностей.

Исключение грубых погрешностей измерений (промахов): v-критерий, критерий Романовского. Проверка гипотезы об однородности средних: критерий Стьюдента. Проверка гипотезы об однородности дисперсий: критерий Фишера.

Статистическая проверка гипотез о принадлежности опытных данных теоретическому закону распределения: критерий Пирсона, Колмогорова, Мизеса. Применение статистических методов для исследования надежности машин и оборудования.

Регрессионный анализ. Элементы теории корреляции. Функциональная и статистическая связь. Коэффициент корреляции. Оценка значимости коэффициента корреляции. Уравнение прямой линии регрессии. Критерии оценок наличия стохастической связи между случайными величинами.

Примеры нахождения выборочного уравнения прямой линии регрессии. Корреляционная таблица. Применение средств вычислительной техники для проведения статистической обработки опытных данных.

Роль и место статистических методов в научных исследованиях. Организация наблюдений и экспериментов должна отвечать определенным правилам и требованиям, а полученные результаты соответствующим образом обработаны. Все эти правила, расчетные формулы и специальные методы, основывающиеся на теории вероятности, рассматриваются в специальной науке - математической статистике.

Математическая статистика разрабатывает способы сбора, группировки и анализа статистических данных, т.е. сведений, полученных в результате многократных наблюдений изучаемого объекта или явления. Методы математической статистики позволяют решать многие задачи, которые возникают на практике. К их числу относятся: изучение большой совокупности объектов по небольшому числу случайно отобранных объектов (выборочный метод); нахождение приближенных значений параметров, которыми определяется распределение вероятностей изучаемого признака (например, статистическая оценка параметров распределения показателей надежности машин и лесопромышленного оборудования); установление формы и силы связи между случайными величинами (теория корреляции); рациональная организация технологических процессов (предупредительный и приемочный контроль качества продукции) и др.

В настоящее время методы математической статистики все шире и шире применяются в различных отраслях науки и техники, способствуя их прогрессу.

Указания к использованию литературы. Первоначально изучить материалы по учебнику [2, с. 67... 102], дополнительно проработать материалы разд.2 [6]. При возникновении вопросов можно обратиться к источнику [10]. Примеры решения задач имеются в литературе [15, 20, 21]. Описание программ статистической обработки экспериментальных данных на программируемых калькуляторах типа "Электроника МК-52, МК-61» приведены в [22].

Задание 3. При подконтрольной эксплуатации восьми (n = 8) однотипных автомобилей получены следующие значения путевого расхода топлива x (л/100 км пути): x = (22, 43, 38, 37, 33, 29, 31, 28).

Определить выборочные среднее арифметическое $\bar{X}$, дисперсию S^2, среднее квадратичное отклонение S и коэффициент вариации V случайной величины x.

Исходные данные

Вариант 0	x = (27, 23, 29, 31, 24, 28, 27, 29).
Вариант 1	x = (43, 45, 42, 39, 44, 43, 42, 40).
Вариант 2	x = (49, 48, 45, 47, 46, 48, 47, 46).
Вариант 3	x = (44, 46, 48, 45, 46, 47, 46, 47).
Вариант 4	x = (49, 51, 52, 50, 49, 48, 50, 51).
Вариант 5	x = (52, 53, 54, 52, 56, 54, 55, 53).

В а р и а н т 6 $\quad$ x = (51, 49, 49, 48,50,51,52,50).
В а р и а н т 7 $\quad$ x = (35, 36,38, 37, 36,37,34,39)
В а р и а н т 8 $\quad$ x = (36, 37,38, 36,35,33, 32,34).
В а р и а н т 9 $\quad$ x = (60, 61,59, 58,62, 63,61,60).

Р е ш е н и е . Составим вспомогательную табл. 3.1.

Таблица 3.1.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма
x_i	22	43	38	37	33	29	31	28	261
x_i^2	484	1849	1444	1369	1089	841	961	784	8821

Используя данные табл.3.1, вычислим выборочные характеристики случайной величины x:

среднее арифметическое

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{261}{8} = 32.625\,; \tag{3.1}$$

дисперсию

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right] = \frac{1}{8-1}\left[8821 - \frac{1}{8} * 261^2\right] = 43.7; \tag{3.2}$$

среднее квадратическое отклонение

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{43.7} = 6.6; \tag{3.3}$$

коэффициент вариации

$$V = \frac{S}{\bar{X}} = \frac{6.6}{36.25} = 0.2 \tag{3.4}$$

Если первоначальные варианты x_i - большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и то же число С, т.е. перейти к условным вариантам $U_i = X_i - C$. В качестве С выгодно принять число, близкое к выборочной средней $\bar{X}$. Поскольку выборочная средняя неизвестна, то число С выбирают «на глаз». Тогда

$$\bar{X} = C + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} U_i, \tag{3.5}$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} U_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} U_i\right)^2\right]$$

При использовании условных вариант дисперсия не меняется, т.е. $S_x^2 = S_u^2$.

Для проведения расчетов можно использовать программу 5.80 [22, с. 135] для программируемых микрокалькуляторов типа «Электроника МК-56, МК-61» или ПЭВМ.

Задание 4. При подконтрольной эксплуатации автоприцепов было зафиксировано сто (n = 100) первых замен рессор. После первичной статистической обработки данных был получен следующий вариационный ряд:

вариантa x_i (тыс. км пробега) 10 15 20 25 30

частота n_i 6 16 50 24 4

Найти методом произведений выборочные среднюю, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Исходные данные

Вариант 0	x_i	15	20	25	30	35
	n_i	3	17	50	26	4
Вариант 1	x_i	20	25	30	35	40
	n_i	5	15	60	13	7
Вариант 2	x_i	25	30	35	40	45
	n_i	10	20	34	24	12
Вариант 3	x_i	25	30	35	40	45
	n_i	8	18	45	22	7
Вариант 4	x_i	30	35	40	45	50
	n_i	3	20	43	28	6
Вариант 5	x_i	40	45	50	55	60
	n_i	2	14	64	12	8
Вариант 6	x_i	40	45	50	55	60
	n_i	35	30	20	12	3
Вариант 7	x_i	40	45	50	55	60
	n_i	20	25	45	15	5
Вариант 8	x_i	35	40	45	50	55
	n_i	5	15	60	16	4
Вариант 9	x_i	35	40	45	50	55
	n_i	3	21	51	20	5

Р е ш е н и е. Составим вспомогательную таблицу 3.2.

Таблица 3.2.

I	1	2	3	4	5	Сумма
x_i	10	15	20	25	30	-
n_i	6	16	50	24	4	100
$x_i n_i$	60	240	1000	600	120	2020
$x_i^2 n_i$	600	3600	20000	15000	3600	42800

Используя данные табл.3.2, вычислим выборочные характеристики случайной величины X:

среднее арифметическое

$$\overline{\mathrm{X}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} x_i\, n_i = \frac{2020}{100} = 20.2\,; \tag{3.6}$$

дисперсию

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{m} {x_i}^2 n_i - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i n_i\right)^2\right] = \frac{1}{100-1}\left[42800 - \frac{1}{100} * 2020^2\right]$$
$$= 19.96; \qquad (3.7)$$

среднее квадратичное отклонение

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{19.96} = 4.47 \qquad (3.8)$$

Если первоначальные варианты x_i - большие числа, то можно использовать условные варианты $U_i = x_i - C$ (см.форм. (3.5)).

Тогда

$$\overline{X} = C + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} U_i n_i; \qquad (3.9)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{m} U_i^2 n_i - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} U_i n_i\right)^2\right]$$

Задание 5. При подконтрольной эксплуатации автомобилей было зафиксировано тридцать пять (n = 35) первых отказов муфты сцепления. При обработке статистических данных были найдены следующие числовые оценки: для среднего ресурса работы $\bar{t}$ = 120 тыс. км, для среднего квадратичного отклонения S = 25 тыс. км. Определить доверительные границы среднего ресурса работы муфты сцепления при доверительной вероятности γ = 95%. Исходные данные приведены в табл.3.3.

Таблица 3.3

Параметры	Номер варианта									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	40	50	100	70	80	90	60	75	85	95
$\bar{t}$	100	120	150	140	130	125	105	110	120	125
S	15	20	20	10	15	20	15	20	30	15

Р е ш е н и е . Верхняя и нижняя доверительные границы среднего арифметического значения ресурса работы (математического ожидания генеральной совокупности) соответственно равны:

верхняя граница

$$t_{в} = \bar{t} + \frac{t_{\gamma,K} * S}{\sqrt{n}} = 120 + \frac{1{,}69 * 25}{\sqrt{35}} = 127{,}1 \qquad (3.10)$$

нижняя граница

$$t_{н} = \bar{t} - \frac{t_{\gamma,K} * S}{\sqrt{n}} = 120 - \frac{1{,}69 * 25}{\sqrt{35}} = 112{,}9 \qquad (3.11)$$

где $t_{\gamma,K}$ -коэффициент Стьюдента, определяемый по специальным таблицам (см. прил.3) по величине доверительной вероятности γ' и числу степеней свободы к = n - 1.

Смысл полученного результата таков: если будет произведено достаточно большое число выборок, то для 95% из них получатся такие доверительные интервалы, которые будут «накрывать» оцениваемое математическое ожидание генеральной совокупности, а для остальных 5% выборок математическое ожидание может выйти за границы доверительного интервала.

4. ОСНОВЫ МЕТРОЛОГИИ И ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Содержание темы. Основы метрологии. Государственная система обеспечения единства измерений. ГОСТ 16263 - 70. Методы и средства измерений. Измерение прямое и косвенное, контактное и бесконтактное, абсолютное и относительное. Непосредственный и дифференцированный методы измерения. Основные измеряемые величины. Классификация измерительной аппаратуры. Преобразователи и датчики для измерения неэлектрических величин. Активные и пассивные преобразователи. Резистивные, фотоэлектрические, индуктивные, термоэлектрические и пьезоэлектрические преобразователи. Измерительные устройства. Схемы электронно-лучевого и магнитоэлектрического осциллографов.

Проверка средств измерения: государственная ведомственная, рабочая; регулировка и градуировка.

Принципы выбора средств измерений. Классы точности мер и средств измерений. Основы теории погрешностей измерений. Источники погрешностей: датчик, измерительное устройство, наблюдатель, окружающая среда, методика. Типы погрешностей: систематические и случайные. Методы исключений систематических погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Среднеквадратическая погрешность. Доверительная погрешность. Погрешность среднего арифметического и погрешность метода. Квантили распределения Стьюдента и нормального закона. Правило “трех сигм”. Исключение грубых погрешностей измерений. Стратегия анализа результатов измерений при большом и малом числе опытов.

Погрешности косвенных измерений.

Указания к использованию литературы. Общие вопросы методики и техники измерений изложены в [3.с.103], описание метрологического обеспечения эксперимента - в [17], методика испытаний двигателей внутреннего сгорания и тракторов - в [24,25,26],основы теории погрешности измерений даны в [2,с.98÷26],[2,5,24,25,26].

Задание 6. Было произведено тринадцать измерений (n = 13) постоянной величины X:

x_i = 52,4; 50,8; 48,1; 54,6; 61,9; 58,4; 58,3; 49; 57; 60,7; 55,5; 59,7.

Исключить грубые погрешности измерений (промахи). Определить абсолютную $\Delta\bar{x}$ и относительную $\delta_{\bar{x}}$ погрешность результата измерений (среднего арифметического ряда измерений $\bar{x}$) при доверительной вероятности γ = 0,95. Установить, сколько наблюдений следует провести, чтобы относительная погрешность результата измерений с доверительной вероятностью γ = 0,95 не превышала 1%.

Варианты исходных данных приведены ниже.

Р е ш е н и е . После получения экспериментальных данных в виде статического ряда его анализируют на наличие систематических погрешностей и явных промахов [2,с.108]. Предположим, что путем проведения повторных измерений систематические погрешности и явные промахи исключены.

Проанализируем ряд в целях обнаружения грубых измерений, для чего выявим подозрительные значения x_{min} и x_{max}, рассчитаем среднее арифметическое $\bar{x}$ и среднее квадратическое S отклонения по формулам (3.1)....(3.3) и определим опытные значения V - критерия:

$$V_1 = \frac{x_{min} - \bar{x}}{S}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{61{,}9 - 55{,}6}{4{,}43}\sqrt{\frac{13}{13-1}} = 1{,}48;$$

(4.1)

$$V_2 = \frac{\bar{X} - X_{min}}{S}\sqrt{\frac{n}{n-1}} = \frac{55{,}6 - 48{,}1}{4{,}43}\sqrt{\frac{13}{13-1}} = 1{,}77.$$

По прил. 5 при γ = 0,95 и n = 13 найдем критическое значение V - критерия: $V_{кр}$ = 2,43.

Если $V_1 > V_{кр}$, то значение x_{max} необходимо исключить из статистического ряда как грубую погрешность. При $V_2 > V_1$ исключается величина x_{min}. Для нашего примера значения V_1 и V_2 меньше $V_{кр}$, поэтому значения x_{max} и x_{min} не являются грубыми измерениями и в статистическом ряду измерений сохраняются.

После исключения грубых погрешностей необходимо определить новые значения $\bar{x}$ и S для очищенного ряда.

Найдем среднее квадратичное отклонение $S_{\bar{x}}$ результата измерений (среднего арифметического):

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{4{,}43}{\sqrt{13}} = 1{,}23 \quad (4.2)$$

Вычислим абсолютную погрешность результатов измерений:

$$\Delta\bar{x} = t_{\gamma,k} * S_{\bar{x}} = 2{,}18 * 1{,}23 = 2{,}68, \quad (4.3)$$

где $t_{\gamma,k}$ — значения коэффициента Стьюдента, определяемого по прил. 3 при γ = 0,95 и k = n -1 = 13 - 1 = 12.

Для выборки большего объема (n > 30...50) абсолютную погрешность определяют по формуле

$$\Delta\bar{x} = U_\gamma * S_{\bar{x}}, \tag{4.4}$$

где U_γ - квантиль нормального закона распределения (прил. 3 при к = ∞).

Вычислим верхнюю и нижнюю доверительные границы действительного значения результата измерений:

$$\begin{aligned} x_{дв} &= \bar{x} + \Delta\bar{x} = 55{,}6 + 2{,}68 = 58{,}28, \\ x_{дн} &= \bar{x} - \Delta\bar{x} = 55{,}6 - 2{,}68 = 52{,}92, \end{aligned} \tag{4.5}$$

Вычислим относительную погрешность результата измерений:

$$\delta_{\bar{x}} = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} = \frac{2{,}68}{55{,}6} = 0{,}048, \text{или } 4{,}8\% \tag{4.6}$$

Установим, сколько наблюдений необходимо для того, чтобы относительная погрешность $\delta_{\bar{x}}$ результата измерений не превышала 1% с надежностью γ = 0,95. Для решения такой задачи, как правило, проводят предварительно эксперимент с количеством опытов 20...50 в зависимости от трудоемкости и по результатам этих опытов определяют среднее квадратическое отклонение S. В настоящем примере значение среднего квадратического отклонения принято по результатам выше приведенных расчетов S = 4,46. Далее определим допустимую абсолютную погрешность:

$$\Delta\bar{x} = \delta_{\bar{x}} * \bar{x} = 0{,}01 * 55{,}6 = 0{,}556 \tag{4.7}$$

Используя выражения (4.2) и (4.3), величину абсолютной погрешности можно представить в виде

$$\Delta\bar{x} = t_{\gamma,r} * \frac{S}{\sqrt{n}}, \tag{4.8}$$

Выразим величину $\Delta\bar{x}$ в долях S:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\bar{x}}{S} = \frac{0{,}556}{4{,}43} = 0{,}125, \tag{4.9}$$

Тогда из формулы (4.6) получим выражение для определения необходимого количества опытов:

$$n = \left(\frac{t_{\gamma,k}}{\varepsilon}\right)^2, \tag{4.10}$$

Так как величина $t_{\gamma,k}$ зависит от n (k = n - 1, см, прил. 3), то уравнение (4.10) можно решить только итерационным способом. Для облегчения вычислений составлены специальные таблицы, по которым, зная значения относительной погрешности ε и доверительной вероятности γ , можно непосредственно определить необходимое число опытов (см. прил.7).

Ближайшими значениями к ε = 0,125 в указанной таблице при γ = 0,95 являются значения ε = 0,1 и ε = 0,2. Используя линейную интерполяцию, находим потребное число опытов для достижения заданного уровня относительной погрешности $\delta_{\bar{x}}$ = 1 %:

$$n = 387 + \frac{387 - 99}{0.1 - 0,2}(0,125 - 0,1) = 315.$$

Для уменьшения количества опытов необходимо использовать более точные приборы и методы измерений. При выборе контрольно-измерительной аппаратуры относительную погрешность ε рекомендуется назначать не выше 0,5.

Вариант 0. x_i = (14,6; 15,5; 10,5; 14,2; 15,4; 12,8; 12,8; 13,7; 14,4; 13,5; 14,0; 13,9).

Вариант 1. x_i = (19,9; 22,7; 7,1; 18,6; 22,2; 14,4; 14,3; 17,0; 19,3).

Вариант 2. x_i = (13,5; 13,9; 11,7; 13,0; 12,3; 11,1; 12,5; 13,0).

Вариант 3. x_i = (15,6; 16,1; 13,4; 15,0; 14,1; 12,8; 14,4; 15,0; 15,3; 17,5; 14,2; 14,5).

Вариант 4. x_i = (68,5; 67,8; 72,5; 65,0; 67,7; 69,8; 69,2; 66,3; 67,8).

Вариант 5. x_i = (75,7; 74,7; 80,0; 71,7; 74,6; 77,0; 76,4; 73,1; 74,8; 71,7).

Вариант 6. x_i = (62,0; 61,8; 63,9; 61,1; 63,0; 62,7; 58,6; 61,2; 63,4; 63,2).

Вариант 7. x_i = (69,9; 69,8; 72,3; 69,0; 71,2; 70,8; 66,0; 69,1; 71,6).

Вариант 8. x_i = (45,4; 47,8; 39,9; 50,8; 46,1; 51,8; 44,9; 50,0; 48,6; 48,5; 46,0; 51,6; 47,4; 47,6).

Вариант 9. x_i = (50,2; 53,4; 41,8; 58,2; 51,1; 59,6; 49,3; 57,0; 54,9; 54,8; 51,0; 59,4; 53,1; 53,4).

Задание 7. Определить предельную относительную погрешность измерений мощности автотракторного двигателя δ_N по результатам измерений нагрузки на гидротормозе и частоты вращения коленчатого вала двигателя, регистрируемой тахогенератором.

Предельную относительную погрешность δ_p для гидротормоза принять равной 2,5%, для тахогенератора - δ_n = 3% [4,с.34].

Расчет мощности по результатам прямых измерений нагрузки P (кг) и частоты вращения n_e (об/мин.) производится по выражению

$$N_e = \frac{P * n_e}{1,36 * 10^3}, \text{кВт}, \qquad (4.11)$$

Варианты исходных данных приведены в табл. 4.1.

Указания к выполнению задания. Известно, что относительная ошибка δ_a косвенно измеряемой величины a, которая является функцией непосредственно измеряемых величин x, y, z:

$$a = f(x, y, z), \qquad (4.12)$$

равна дифференциалу натурального логарифма величины a:

$$\delta_a = \frac{\Delta a}{a} = \frac{d_a}{a} = d[lnf(x, y, z)], \qquad (4.13)$$

Для решения поставленной задачи необходимо прологарифмировать выражение (4.11), затем продифференцировать и заменить $\frac{dN_e}{N_e}$ на δ_N, $\frac{dP}{P}$ на δ_p, $\frac{dn_e}{n_e}$ на δ_n и в полученное выражение подставить численные значения δ_n и δ_p [4,с.38]:

$$\delta_N = \pm(\delta_n + \delta_p).$$

Таблица 4.1

Вариант	δ_p	δ_n	Вариант	δ_p	δ_n
0	1,5	2,5	5	1,5	3
1	2	2,5	6	2	4
2	2,5	2,5	7	2,5	3,5
3	2	3	8	2,5	3
4	2	3,5	9	2,5	4

Задание 8. При проведении десятикратных (n = 10) измерений часового расхода топлива для номинального режима работы автотракторного двигателя весовым способом получены следующие статистические данные: среднее значение величины навески топлива G= 500 г и ее дисперсия S_G^2 = 12; среднее время опыта $\bar{t}$ = 52 с и дисперсия S_t^2 = 0,2.

Определить относительную статистическую погрешность косвенных измерений часового расхода топлива δ_{Gt} (%) при доверительной вероятности γ = 0,95.

Часовой расход топлива по результатам измерений G(г) и t(с) определяют по формуле

$$G_t = \frac{3{,}6 * G}{t}, \text{кг/ч}. \tag{4.14}$$

Варианты исходных данных приведены в табл. 4.2.

Р е ш е н и е. Относительная статистическая ошибка косвенно измеряемой величины а определяется по выражению

$$\delta_{\text{a}} = \frac{\Delta \text{a}}{\text{a}}, \tag{4.15}$$

где Δа - абсолютная ошибка.

Величину Δа находят по формуле

$$\Delta \text{a} = \pm \frac{t_{\gamma,k} * S_{\text{a}}}{\sqrt{n}}, \tag{4.16}$$

где $t_{\gamma,k}$ - коэффициент Стьюдента; $S_а$- оценка среднего квадратичного отклонения величины а; n - количество опытов.

Величина средней квадратичной погрешности равна

$$S_{\text{a}} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2}, \tag{4.17}$$

где σ_x^2, σ_y^2 - дисперсия непосредственно измеренных величин X, У, связанных с величиной а функциональной зависимостью а = f(x, y); ∂f / ∂x, ∂f / ∂y - частные производные.

Найдем частные производные из формулы для рассматриваемой задачи:

$$\frac{\partial G_t}{\partial G} = \frac{3,6}{t}; \qquad \frac{\partial G_t}{\partial t} = -\frac{3,6 * G}{t^2}. \tag{4.18}$$

Подставим численные значения при t = $\bar{t}$ и G = $\bar{G}$:

$$\frac{\partial G_t}{\partial G} = \frac{3,6}{52} = 0.07; \qquad \frac{\partial G_t}{\partial t} = -\frac{3,6 * 500}{52^2} = -0,7.$$

Вычислим величину средней квадратичной погрешности величины:

$$S_{G_t} = \sqrt{\left(\frac{\partial G_t}{\partial G}\right)^2 S_G^2 + \left(\frac{\partial G_t}{\partial t}\right)^2 S_t^2}, \tag{4.19}$$

или

$$S_{G_t} = \sqrt{0,07^2 + 0,7^2 * 0,2} = 0,4$$

Вычислим величину абсолютной погрешности ΔG_t по формуле (4.16):

$$\Delta G_t = \pm \frac{2,27 * 0,4}{\sqrt{10}} = \pm 0,3.$$

Значение коэффициента Стьюдента $t_{\gamma,r}$ взято из прил. 3 при γ = 0,95 и К = 10 - 1 = 9.

Найдем среднее значение часового расхода топлива по выражению (4.14):

$$\overline{G_t} = \frac{3,6 * 500}{52} = 34,6 \text{ кг/ч}.$$

Вычислим относительную ошибку измерений часового расхода топлива при доверительной вероятности γ = 0,95:

$$\delta_{G_t} = \frac{\Delta G_t}{\overline{G_t}} = \pm \frac{0.3}{34,6} = \pm 0,009 \text{ или } \pm 0,9\%. \tag{4.20}$$

Таблица 4.2

Вариант	n	$\bar{G}$	S_G^2	$\bar{t}$	S_t^2
0	12	400	10	50	0,15
1	8	300	8	35	0,20
2	6	400	9	40	0,20
3	8	400	8	42	0,22
4	6	500	12	55	0,20
5	6	400	13	42	0,18
6	7	350	15	40	0,17
7	5	500	20	54	0,25
8	6	250	6	22	0,10
9	6	300	8	24	0,13

Ответить на любые 7 контрольных вопросов из 10:

1. Что называется погрешностью измерения?
2. Что называется абсолютной и относительной погрешностью измерения?
3. Что называется систематической и случайной погрешностью измерения?
4. В чем состоит различие понятий «среднее квадратичное отклонение результата наблюдения» и «среднее квадратичное отклонение результата измерения»?
5. Как определить доверительные границы абсолютной погрешности результата измерения?
6. Как исключить грубые погрешности измерений?
7. Как определить необходимое число наблюдений для достижения допустимой погрешности результата измерения при заданном уровне доверительной вероятности?
8. Как найти погрешности косвенных измерений?
9. Как определяется относительная основная погрешность, если класс точности на циферблате прибора обозначен: а) числом, например, 1,5; б) числом, помещенным в кружок; в) числами, записанными в виде дроби 0,02/0,01 [17,с. 148]?
10. Какие различия имеются в стратегии анализа результатов измерений при большом и малом числе опытов?

5. МЕТОДИКА ПОДБОРА ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ

Содержание темы. Математическое описание исследуемого объекта. Методика подбора эмпирических функций. Аппроксимация. Методы графической обработки данных. Графическое и аналитическое сглаживание. Основные виды графиков эмпирических формул. Методы подбора параметров эмпирической формулы: метод избранных точек, метод средних, метод наименьших квадратов. Применение метода наименьших квадратов для нахождения коэффициентов уравнения прямой линии. Оценка значимости коэффициентов уравнения прямой линии по критерию Стьюдента. Дисперсия воспроизводимости. Дисперсия адекватности. Проверка однородности дисперсий по критерию Корхена. Проверка гипотезы об адекватности математической модели по критерию Фишера. Применение средств вычислительной техники для решения задач регрессивного анализа. Примеры подбора эмпирических формул.

Указания к использованию литературы. Теоретический материал по данной теме изложен в курсе лекций. Там же имеются примеры подбора эмпирических формул, расчет коэффициентов уравнения линейной регрессии по методу наименьших квадратов. Рекомендован пакет программ для расчета линейной модели (с.44).

Задание 9. Подобрать эмпирическую формулу по опытным данным, приведенным в табл. 5.1. При необходимости провести линеаризацию опытных данных методом выравнивания. Для определения оценок коэффициентов математической модели использовать метод наименьших квадратов. Оценить точность полученной формулы по величине абсолютной погрешности аппроксимации. Дать заключение о пригодности к использованию полученной эмпирической формулы.

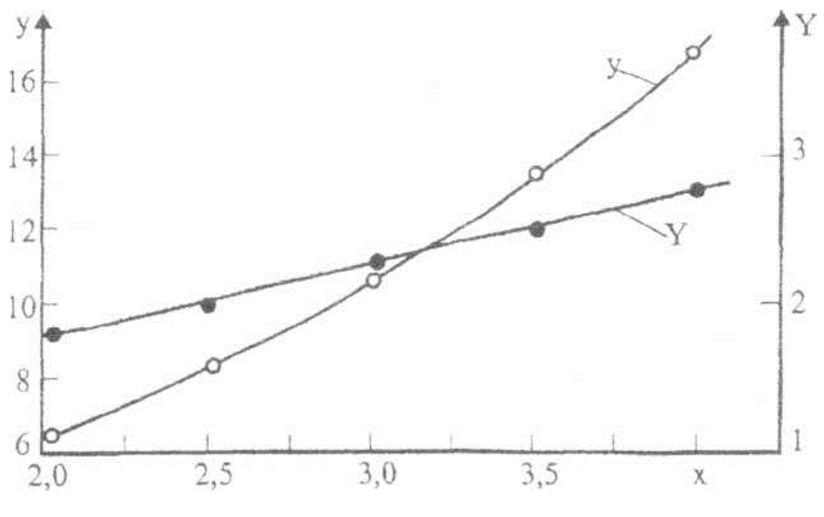
Решение. Нанесем опытные данные на сетку прямоугольных координат (рис. 5.1). Пример выполнения задания дан по исходным данным варианта 10 табл. 5.1.

Сравнивая полученную формулу с графиками типовых функций (рис. 5.1), выделим группу формул, наиболее подходящих для описания опытных данных: а - линейная, в - показательная и г - степенная зависимости. Для того, чтобы выделить наилучшую из этих формул, воспользуемся методом «трех выбранных точек». Суть его сводится к следующему. Из заданной системы точек выбирают три точки: $T_1(x_1, y_1)$ - в начальной области, $T_2(x_2, y_2)$ - в промежуточной и $T_3(x_3, y_3)$ - в конечной.

Таблица 5.1

Значения функции Y_i по вариантам	Значения аргумента X_i				
	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0	2,20	2,33	2,42	2,56	2,65
1	25,3	46,2	84,2	153,4	179,5
2	6,0	7,8	10,1	13,0	16,4
3	12,8	19,7	30,3	46,7	71,7
4	26,2	44,1	86,4	149	264
5	2,03	2,25	2,51	2,61	2,63
6	6,2	8,0	10,3	13,2	17,0
7	12,5	20,1	29,2	48,1	73,4
8	2,28	2,39	2,40	2,52	2,70
9	24,7	48,3	82,1	165	284
10	6,4	8,3	10,6	13,5	17,2

Рис. 5.1.График функций $y = f(x)$ и $Y = \varphi(x)$



Предположим, что прямая $y = a + bx$ (5.1)

проходит через точки T_1, T_2, T_3. Тогда будем иметь:

$$y_1 = a + bx_1; \tag{5.2}$$
$$y_2 = a + bx_2;$$
$$y_3 = a + bx_3.$$

Если для простоты принять

$$x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2} \tag{5.3}$$

и исключить коэффициенты a и b из (5.2), то получим

$$y_2 = \frac{y_1 + y_3}{2} \tag{5.4}$$

Следовательно, для существования линейной зависимости необходимо, чтобы среднему арифметическому x_2 значений x_1 и x_3 соответствовало среднее арифметическое y_2 значений y_1 и y_3.

В табл. 5.2 приведены формулы для расчета значений x_2 и y_2, отвечающие необходимому условию существования степенной и показательной функции. Теоретическое значение функции в точке T_2 помечено чертой $\bar{y}_2$.

После расчета значений x_2 и $\bar{y}_2$, используя данные табл. 5.1, определяют опытные значения y_2 и величину расхождения $|y_2 - \bar{y}_2|$. Наилучшей считается та формула, для которой разность $|y_2 - \bar{y}_2|$ минимальна.

Анализируя данные табл. 5.2, видим, что лучше других подходит для описания опытных данных формула показательной зависимости

$$y = ae^{bx}. \tag{5.5}$$

Таблица 5.2

x_2	$\frac{(x_1+x_2)}{2} = 0{,}50(2+4) = 3$	$\sqrt{x_1 x_2} = \sqrt{2 * 4} = 2{,}83$	$\frac{x_1+x_3}{2} = 3$
$\bar{y}_2$	$\frac{y_1+y_3}{2} = \frac{6{,}4+17{,}2}{2} = 11{,}8$	$\sqrt{y_1 y_3} = \sqrt{6{,}4 * 17{,}2} = 10{,}49$	$\sqrt{y_1 * y_3} = 10.49$
y_2	10,6	9,82	10,6
$\lvert y_2 - \bar{y}_2\rvert$	1,2	0,67	0,11
Формула	$Y = a + bx$ -мало подходит	$y = ax^b$ - мало подходит	$y = ae^{bx}$ – подходит лучше других формул
Способ выравнивания	-	$Y = A + BX$, где $Y = lny; X = lnx;$ $A = ln a; B = b$	$Y = a + bx$, где $Y = lny; A = ln a$ $B = b; X = x$

Примечание. Опытное значение функции $y_2(x_2{=}2{,}83)$, расположенное между узлами табл. 5.1, находим с использованием линейной интерполяции:

$$y_2(x_2 = 2{,}83) = 8{,}3 + \frac{10{,}6 - 8{,}3}{3 - 2{,}5}(2{,}83 - 2{,}5) = 9{,}82.$$

Наиболее простой является формула линейной зависимости

$$y = a + bx.$$

Поэтому более сложные формулы стремятся привести к линейному виду. Для этой цели разработан метод выравнивания (линеаризации) [24,с.83]. Согласно этому методу ищут такие функции преобразования координат:

$$X = f_1(x,y), \tag{5.6}$$

$$Y = f_2(x,y), \tag{5.7}$$

в которых опытные данные группируются около прямой

$$Y = A + BX\ . \tag{5.8}$$

Графики типовых функций

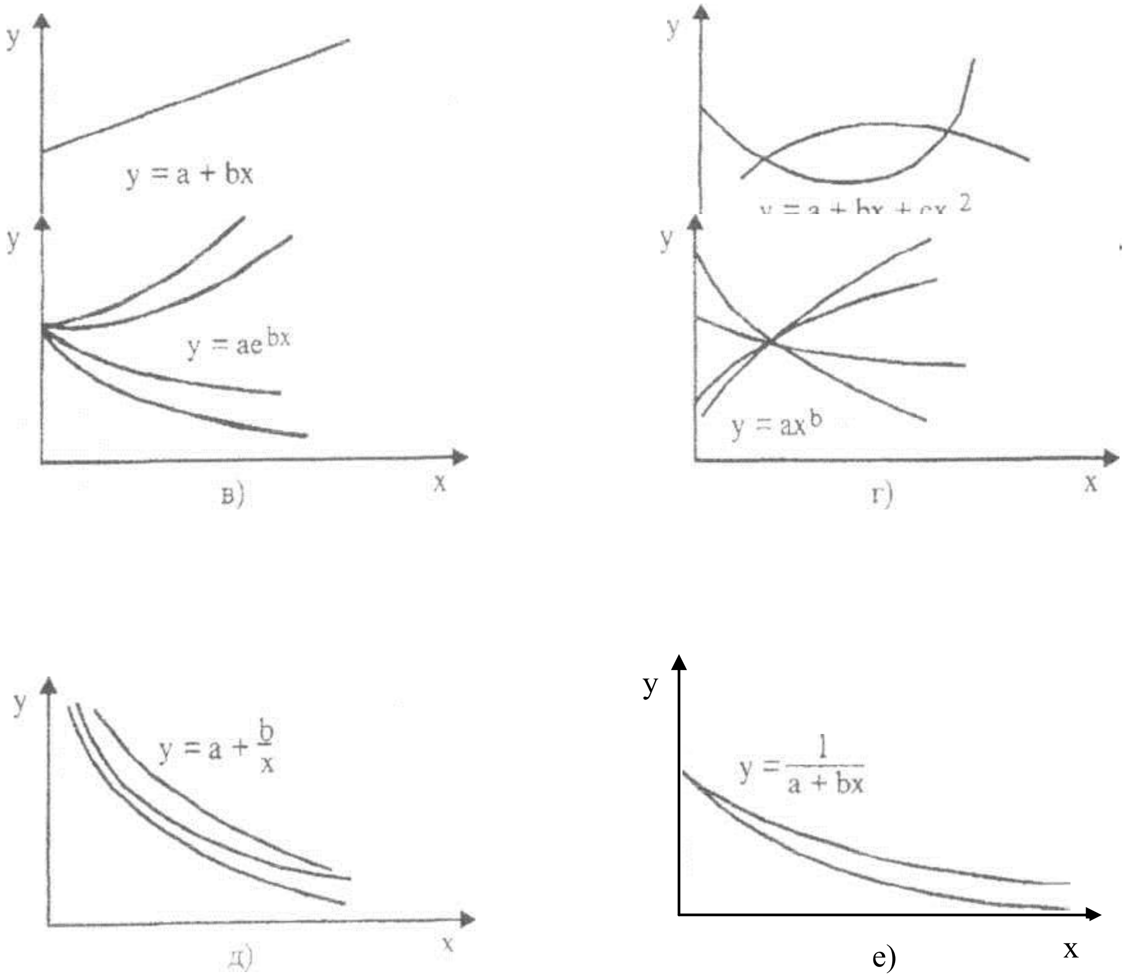


Рис. 5.2.

Для нахождения функции преобразования координат для показательной зависимости прологарифмируем выражение (5.5):

$$\ln y = \ln a + bx. \tag{5.9}$$

Если сложить

$$Y = \ln y; \quad A = \ln a, \qquad (5.10)$$
$$B = b, \quad X = x,$$

то получим прямую (5.8). Иными словами, если экспериментальный график имеет вид рис.5.2,в и опытные данные превращаются в прямую линию на сетке полулогарифмических координат, то для описания опытных данных можно испытать формулу (5.5).

Составим вспомогательную табл. 5.3 и нанесем опытные данные на сетку прямоугольных полулогарифмических координат Y= Inx, x (рис.5.1). Видим, что опытные данные группируются около прямой Y= f(x), что свидетельствует о правильности выбора типа эмпирической формулы.

Таблица 5.3

I	$X_i = x_i$	y_i	$Y_i = \ln y_i$	X_iY_i	X_i^2
1	2,0	6,4	1,856	3,712	4
2	2,5	8,3	2,116	5,29	6,25
3	3,0	10,6	2,361	7,083	9
4	3,5	13,5	2,603	9,1105	12,25
5	4,0	17,2	2,845	11,38	16
Сумма	15	-	11,781	36,5755	47,5

Определим коэффициент эмпирической формулы (5.8) по методу наименьших квадратов, т.е. из условия [24,с.96]:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y_i})^2 = \sum_{i=1}^{n}[Y_i - (A + BX_i)]^2 \to min, \qquad (5.11)$$

где Y_i - опытное значение функции; $\overline{Y_i}$- теоретическое значение функции, вычисленное по формуле (5.8); n - число точек (опытов).

Из дифференциального исчисления известно, что функция имеет минимум тогда, когда ее частные производные равны нулю:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial A} = -2\sum_{i=1}^{n}[Y_i - (A + BX_i)] = 0;$$
$$(5.12)$$
$$\frac{\partial\Phi}{\partial A} = -2\sum_{i=1}^{n}[Y_i - (A + BX_i)] * X_i.$$

Откуда для определения коэффициентов А и В получаем так называемую нормальную систему уравнений:

$$n * A + B\sum_{i=1}^{n}X_i = \sum_{i=1}^{n}Y_i\,;$$
$$(5.13)$$
$$A * \sum_{i=1}^{n}X_i + B\sum_{i=1}^{n}{X_i}^2 = \sum_{i=1}^{n}X_i\,Y_i.$$

Подставим в Формулу (5.13) численные значения сумм из табл.5.3:

$$5A + 15B = 11{,}781;$$

(5.14)

$$15A + 47{,}5B = 36{,}5755.$$

Решая систему уравнений (5.14), найдем значения коэффициентов A = 0,8772 и B = 0,493. Используя выражение (5.10), вычислим коэффициенты формулы (5.5): a = exp(A) = exp(0,8772) = 2,404, b= B = 0,493. Тогда искомая эмпирическая формула примет вид

$$\bar{y} = 2{,}404 * e^{0{,}493x}, x = 2 \dots 4. \qquad (5.15)$$

Проверка точности полученной формулы приведена в табл. 5.4. Максимальная абсолютная погрешность равна ε_i = 0,073, или 0,4% от величины y_i = 17,2.

Найдем среднюю квадратичную погрешность (стандарт) аппроксимации:

$$\sigma_a = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2\right)/n} = \sqrt{0{,}01034/5} = 0{,}04548. \qquad (5.16)$$

Таблица 5.4

x_i	y_i	$\bar{y}_i$	$\varepsilon_i = y_i - \bar{y}_i$	ε_i^2
2,0	6,4	6,444	-0,044	0,001936
2,5	8,3	8,245	0,055	0,003025
3,0	10,6	10,550	0,050	0,002500
3,5	13,5	13,499	0,001	$5*10^{-5}$
4,0	17,2	17,273	-0,073	0,005329
Сумма	56	-	-	0,01034

6. ОФОРМЛЕНИЕ И ВНЕДРЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Содержание темы. Оформление результатов научной работы. Рациональные формы представления результатов исследования. Научный отчет. ГОСТ 19600-74 на оформление научного отчета, содержание отчета. ГОСТ 7.9-74 на оформление реферата и аннотации. Прием свертывания информации. Редактирование. Оформление рукописи в журнал. Депонирование. Охрана государственных тайн в печати.

Доклад и научное сообщение. Особенности устного представления информации. Тезисы доклада. Демонстрационный материал и техника. Психологические приемы при ведении дискуссии. Оформление студенческих научных работ на конкурсы и выставки.

Внедрение и эффективность научных исследований. Государственная система внедрения. Формы внедрения. Раздельные и комплексные формы внедрения. Этапы внедрения. Авторский надзор. Документальное оформление внедрения. Методы расчета эффективности научной работы. Экономическое стимулирование творческих работников.

Система конкурсов на лучшую научную работу МО РФ.

Организация работы в научном коллективе. Основные принципы управления научным коллективом. Организация производственных совещаний.

Формирование и методы сплочения коллектива. Психологические аспекты взаимоотношений руководителя и подчиненного. Профилактика конфликтов и создание здорового психологического климата в коллективе.

Научная организация и гигиена умственного труда. Рациональный режим труда и отдыха. Нравственная ответственность ученого.

Ответить на контрольные вопросы (кратко**)**

1. Какие существуют формы представления результатов научных исследований?
2. Какие требования предъявляются к оформлению реферата и аннотации научной работы?
3. В чем заключаются особенности устного представления информации при выступлении с докладом или научным сообщением?
4. Какие существуют психологические приемы при ведении дискуссии?
5. Какие существуют этапы внедрения научно-исследовательских работ?
6. Какие виды эффективности могут дать научные исследования и проектирование ?
7. Какие имеются критерии для оценки эффективности научно-исследовательского труда?
8. Какие основные формы планирования и прогнозирования научно-исследовательских работ приняты в России?
9. Каковы основные принципы организации научного труда?
10. Структурная схема организации науки в стране.

Приложение 3

Значения случайной величины t, распределенной по закону Стьюдента, определяемые из условия $P(|t| < t_{\gamma,K}) = \gamma$ при двухстороннем ограничении и при $P(t < t_{\gamma,K}) = \gamma'$ или $P(t > t_{\gamma',K}) = \gamma'$ при одностороннем ограничении для заданного значения доверительной вероятности γ или γ'

К	Доверительная вероятность при двухстороннем ограничении γ = 1-α						
	0,5	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	0,999
1	1,000	1,963	3,08	6,31	12,71	63,7	636,6
о	0,836	1,336	1,886	2,92	4,30	9,92	31,6
3	0,765	1,250	1,368	2,35	3,18	5,84	12,94
4	0,741	1,190	1,533	2,13	2,27	4,69	8,61
5	0,727	1,156	1,476	2,02	2,57	4,03	6,86
6	0,718	1,134	1,440	1,943	2,45	3,71	5,96
8	0,706	1,108	1,397	1,860	2,31	3,36	5,04
10	0,700	1,093	1,372	1,812	2,23	3,17	4,59
18	0,688	1,067	1,330	1,734	2,10	2,88	3,92
26	0,684	1,058	1,315	1,706	2,06	2,78	3,71
30	0,683	1,055	1,310	1,697	2,04	2,75	3,65
40	0,681	1,050	1,303	1,684	2,02	2,70	3,55
60	0,679	1,046	1,296	1,671	2,00	2,66	3,46
120	0,677	1,041	1,289	1,658	1,980	2,62	3,73
∞	0,674	1,036	1,282	-1,645	1,960	2,58	3,29
	0,75	0,85	0,9	0,95	0,975	0,995	0,9995
	Доверительная вероятность при одностороннем ограничении γ' = 1- $\alpha/2$						

Приложение 4

Значения χ^2, определяемые из условия $P(\chi^2 > \chi^2_{\alpha,k}) = \alpha$ для заданного уровня значимости α (критерий Пирсона)

К	$\alpha = 1 - \gamma$		
	0,1	0,05	0,01
1	2,71	3,84	6,63
2	4,61	5,99	9,21
4	7,78	9,49	13,3
6	10,6	12,6	16,8
8	13,4	15,5	20,1
10	16,0	18,3	23,2
12	18,5	21,0	26,2
14	21,1	23,7	29,1
16	23,5	26,3	32,0
20	28,4	31,4	37,6
24	33,2	36,4	43,0
30	40,3	43,8	50,9
50	63,2	67,5	72,6
75	91,1	96,2	106,4

Приложение 4

Значения χ^2, определяемые из условия $P\left(\chi^2 > \chi^2_{\alpha,k}\right) = \alpha$ для заданного уровня значимости α (критерий Пирсона)

K	$\alpha = 1 - \gamma$		
	0,1	0,05	0,01
1	2,71	3,84	6,63
2	4,61	5,99	9,21
4	7,78	9,49	13,3
6	10,6	12,6	16,8
8	13,4	15,5	20,1
10	16,0	18,3	23,2
12	18,5	21,0	26,2
14	21,1	23,7	29,1
16	23,5	26,3	32,0
20	28,4	31,4	37,6
24	33,2	36,4	43,0
30	40,3	43,8	50,9
50	63,2	67,5	72,6
75	91,1	96,2	106,4

Приложение 4

Значения χ^2, определяемые из условия $P\left(\chi^2 > \chi^2_{\alpha,k}\right) = \alpha$ для заданного уровня значимости α (критерий Пирсона)

K	$\alpha = 1 - \gamma$		
	0,1	0,05	0,01
1	2,71	3,84	6,63
2	4,61	5,99	9,21
4	7,78	9,49	13,3
6	10,6	12,6	16,8
8	13,4	15,5	20,1
10	16,0	18,3	23,2
12	18,5	21,0	26,2
14	21,1	23,7	29,1
16	23,5	26,3	32,0
20	28,4	31,4	37,6
24	33,2	36,4	43,0
30	40,3	43,8	50,9
50	63,2	67,5	72,6
75	91,1	96,2	106,4

Приложение 5

Критические значения V критерия для исключения грубых погрешностей измерений

N	V при γ			N	V при γ		
	0,90	0,95	0,99		0,90	0,95	0,99
3	1,41	1,41	1,41	15	2,33	2,49	2,80
4	1,64	1,69	1,72	16	2,35	2,52	2,84
5	1,79	1,87	1,96	17	2,38	2,55	2,87
6	1,89	2,00	2,13	18	2,4	2,58	2,90
7	1,97	2,09	2,26	19	2,43	2,60	2,93
8	2,04	2,17	2,37	20	2,45	2,62	2,96
9	2,10	2,24	2,46	25	2,54	2,72	3,07
10	2,15	2,29	2,54	30	2,61	2,79	3,16
11	2,19	2,34	2,61	35	2,67	2,85	3,22
12	2,23	2,39	2,66	40	2,72	2,90	3,28
13	2,26	2,43	2,71	45	2,76	2,95	3,33
14	2,30	2,46	2,76	50	2,80	2,99	3,37

Приложение 6

Значения F – критерия Фишера. Уровень значимости $\alpha = 0,05$
($к_1$– число степеней свободы большой дисперсии;
$к_2$– число степеней свободы меньшей дисперсии)

$к_1 \backslash к_2$	1	2	4	6	10	20	30	∞
1	161	200	225	234	242	248	250	254
2	18,51	19,00	19,25	19,33	19,40	19,45	19,46	19,50
3	10,13	9,55	9,12	8,94	8,79	6,66	8,62	8,53
4	7,71	6,94	6,39	6,16	5,94	5,80	5,75	5,63
6	5,99	5,14	4,53	4,28	4,06	3,87	3,81	3,67
10	4,96	4,10	3,48	3,22	2,98	2,77	2,70	2,54
20	4,35	3,49	2,87	2,6	2,35	2,12	2,04	1,84
30	4,17	3,32	2,69	2,42	2,16	1,93	1,84	1,62
∞	3,84	3,00	2,37	2,1	1,83	1,57	1,46	1,00

Приложение 7

Необходимое число измерений для получения случайной относительной погрешности $\varepsilon = \Delta\bar{x}/S$ с надежностью γ

ε	γ			
	0,8	0,9	0,95	0,99
3	1	2	3	4
2	2	3	4	5
1	4	5	7	11
0,5	9	13	18	31
0,4	12	19	27	46
0,3	20	32	46	78
0,2	43	70	99	171
0,1	266	273	387	668
0,05	659	1084	1540	2659

Литература

Основная, использованная для подготовки практических заданий:

1. Основы научных исследований: Сборник заданий для студентов специальностей 170400 и 311300 / Сост. А.С.Лоскутов, - Йошкар-Ола: МарГТУ, 2001.-96с.

Дополнительная:

2.Грушко И.М., Сиденко В.М. Основы научных исследований. - Харькiв: Вища школа, 1983.-224с.; ил.

3.Закин Я.Х., Рашидов Н.Р. Основы научного исследования. -Ташкент: Укитувчи, 1981.-208с.; ил.

4.Веденянин Г.В. Общая методика экспериментального исследования и обработки опытных данных.- М.: Колос, 1973.-200с.: ил.

5.Зайдель А.Н. Погрешности измерений физических величин. -Л.: Наука,1985,-112с.; ил.

6.Адлер В.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий.-М.: Наука,1976.-279с.; ил.

7.Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: Высшая школа, 1972.-368с.; ил.

8.Василенко П.М., Погорельский Л.В. Основы научных исследований.- Киев: Вища школа, 1985.-266с.; ил.

Методические разработки:

9.Основы научных исследований: Методические разработки для студентов специальности 0901, специализации «Технология лесозаготовок» /Сост. П.М. Мазуркин. - Йошкар-Ола: МарПИ, 1981.-38с.
10.Основы надежности лесных машин: Методические указания к выполнению контрольных работ для студентов заочной формы обучения специальности 0519 / Сост. А.С.Лоскутов, В.Б.Неклюдов, Я.И.Шестаков, А.С. Дворцевой, - Йошкар-Ола: МарПИ, 1985.-50с.
11.Статистическая обработка данных: Методические указания по выполнению расчетно-графического задания для студентов II и III курсов всех специальностей /Сост. Н.К. Томилова. -Йошкар-Ола: МарПИ, 1984.-28с.
12. Борисов Ю.А., ОНИ УМК (Основы научных исследований). Персональный сайт [Электронный ресурс]; URL: http://borisov.3dn.ru/ .