МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОЛЖСКИЙ ФИЛИАЛ
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ПОВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(Волжский филиал ФГБОУ ВПО «ПГТУ»)

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Основы научных исследований

Студента 1 курса группы ТМс-12

Шабуров Александр Алексеевич

Вариант №
Шифр 112230000

Проверил: Борисов Ю.А.

г. Волжск
2012 г.

Содержание:

Введение……………………………………………………………….2

Гипотеза и стадии ее становления……………………………………...4

Практическая часть……………………………… …………………………..6
Задание №2……………………………………………………………………6
Задание №3……………………………………………………………………7
Задание №4……………………………………………………………………8
Задание №5……………………………………………………………………9
Задание №9…………………………………………………………………..10
Задание №10…………………………………………………………………12
Задание №11…………………………………………………………………13

Теоретическая часть……………………………… ……………………..14
Вопрос №1…………………………………………………………………...14
Вопрос №2…………………………………………………………………...15
Вопрос №3…………………………………………………………………...16
Вопрос №4…………………………………………………………………...17
Вопрос №5…………………………………………………………………...18
Вопрос №6…………………………………………………………………...19
Вопрос №7…………………………………………………………………...21

Методика подбора эмпирических формул…………………………………21

Оформление и внедрение результатов научных исследований…… …..30

Список литературы…………………………………………………………31

Введение.

В современных условиях совершенствования российского законодательства, увеличения научной и юридической информации, быстрого обновления правовых и иных знаний серьезное значение приобретает подготовка высококвалифицированных юристов, имеющих высокую профессиональную и теоретическую подготовку, способных к самостоятельной творческой работе. В связи с этим учебные планы вузов, осуществляющих подготовку юристов, предусматривают выполнение студентами курсовых и выпускных квалификационных работ. Различные формы учебно-исследовательской работы студентов (подготовка рефератов, сообщений, докладов, проведение исследований во время производственной практики и т.д.) включаются в учебный процесс, проводятся в учебное время. Во внеучебное время студенты работают в проблемных группах, научных кружках, участвуют в работе научно-практических конференций, оказывают помощь преподавателям в изучении гражданских и уголовных дел в судах и выполняют другие виды научно-исследовательской работы. Все это должно помочь студентам глубоко усвоить различные дисциплины, выработать способность творчески мыслить, научиться самостоятельно, выполнять хотя бы небольшие научно-исследовательские работы, анализировать и обобщать юридическую практику.

С этой целью в учебные планы многих вузов включена дисциплина «Основы научных исследований». Еще в 1986 г. Академией наук СССР (Межведомственным координационным советом) была опубликована рабочая программа курса «Основы научных исследований», рассчитанная на 90 часов. Изданы учебники и учебные пособия для технических, педагогических, медицинских и других вузов. Однако ни одного учебника для студентов юридических учебных заведений выпущено не было. В настоящем учебном пособии предпринята попытка восполнить этот пробел и изложить основы научно-исследовательской работы студентов в связи с теорией и практикой юриспруденции.

Гипотеза и стадии ее становления.

Гипотеза (в переводе с древнегреческого «ὑπόθεσις» - предположение; от «ὑπό» - снизу, под + «θέσις» - тезис). Предположение или догадка; утверждение, не предполагающее доказательство, в отличие от аксиом, постулатов, не требующих доказательств. В современном понимании гипотеза - это научно-обоснованное предположение либо о факте, находящемся за пределами непосредственного наблюдения, либо о закономерной связи, закономерном порядке явлений.

Примером гипотезы о факте могут служить гипотезы о происхождении Тунгусского метеорита. Разгадка этого факта продолжается до сих пор, поэтому выдвинутые гипотезы можно назвать рабочими, т.к. в них выражено предполагаемое объяснение закономерности явления на определенном этапе исследования. Отличие гипотезы от множества возможных объяснений явления заключается в том, что гипотеза является наиболее вероятным из них. Вместе с тем можно привести множество примеров, когда сама гипотеза кажется невероятной.

Необходимость возникновения гипотезы обусловлена, как писал Ф.Энгельс, самим прогрессом науки - открытием новых данных, которые исключают прежние объяснения ранее известных фактов, относящихся к тому же самому кругу явлений.

Как было сказано, не все объяснения являются гипотезами. Случайные и не самые вероятные из объяснений называются догадками. Догадки не имеют никаких преимуществ перед какими-либо другими объяснениями. Они столь же вероятны, т.к. ничем не подтверждаются. Вместе с тем, если объяснение фактов, явлений или закономерностей вовсе необоснованны и невероятны, то это домыслы.

С догадками можно мириться при условии, что они не могут быть основой для логических предположений в изучении явлений, а должны указывать лишь на пути новых, более достоверных поисков. Вместе с тем, домыслы совершенно недопустимы в научном процессе как отвлекающие внимание от решения поставленной задачи и уводящие исследование в сторону, на неправильные пути, в ошибочном направлении.

Гипотезы совершенно необходимы в научном исследовании, т.к. без гипотез невозможно предвидеть события или создавать новые теории. Всякая гипотеза должна опираться на сумму реальных и логических доказательств, включать в себя критику всех возможных догадок и перечень фактов, которые она объясняет. Чем больше гипотеза подтверждается фактами логических построений, тем она достовернее.

Гипотеза представляет собой результат борьбы двух противоречивых начал, двух противоположных особенностей человеческого мышления: инерции и интуиции.

Инерция мышления стремится сохранить существующие представления о внешнем мире, существующие теории, приспособить их для решения возникающих новых задач. Она является залогом разрушения научных спекуляций, барьером против проникновения ложных представлений в мировоззрение и обеспечение добросовестности исследований. Но инерционность мышления не может явиться основой для объективности в оценке нового.

Интуиция - ощущение нового в явлении без достаточных для того строгих логических построений и оснований, достаточного количества наблюдений и фактов.

В то же время безоговорочное доверие своей логической интуиции может повредить достижению истины. Простой пример рассуждения: "Если бы Земля вращалась, реки, текущие по меридиану, подмывали бы один из своих берегов; не эти реки не подмывают свои берега, значит, она не вращается". Такая схема интуитивных рассуждений приводит к абсурду.

В процессе исследования не исключено появление невероятных гипотез, что нельзя считать недопустимым или вредным явлениям. В конечном счете, они являются показателем творческого процесса, большой степени проблематичности решаемых задач и указателем путей, по которым в дальнейшем не следует идти.

К.А.Тимирязев говорил: «Неверная (ошибочная) гипотеза полезна, т.к. сужает круг возможных решений задачи».

Гипотеза по своему содержанию должна соответствовать ряду требований:

- она не должна противоречить общепризнанным понятиям;
- в гипотезе должны быть учтены ранее существовавшие закономерности, но она не должна им следовать, т.к. в противном случае гипотеза будет безосновательна и не даст ничего нового;
- гипотеза должна объяснять все факты, для которых она построена;
- она должна быть принципиально проверяемой на практике, в опыте или эксперименте;
- из нескольких конкурирующих равноценных гипотез следует выбирать более простую;
- формулировка гипотезы должна быть непротиворечива по своей сути.

Как правило, гипотеза высказывается на основе ряда подтверждающих её наблюдений (примеров), и поэтому выглядит правдоподобно. Гипотезу впоследствии или *доказывают*, превращая её в установленный факт, или же опровергают, переводя в разряд утверждений. Недоказанная и неопровергнутая гипотеза называется открытой проблемой.

Четко и достаточно полно разработанная гипотеза существенно облегчает дальнейшую работу, т.к. позволяет заложить в методики теоретических и экспериментальных исследований вполне конкретные параметры, характеризующие изучаемое явление или объект, которые надлежит измерить. Кроме того, правильно осуществленная аналитическая разработка гипотезы, т.е. ее математическое выражение, поможет более полно и правильно наметить основные черты и детали последующего эксперимента. Однако появлению гипотезы всегда предшествует выработка идей решения научно-технической задачи.

Практическая часть.

Задание №2.

При испытании модели трактора, выполненной в масштабе 1:10, получены следующие значения скорости $\upsilon_м = 1{,}15$ м/с, мощности $N_м = 18{,}4$ Вт, и силы, нужной для протяжки модели, $P_м = 16$ Н. Определить значение перечисленных параметров для натурального объекта. При расчете масштабов моделирования использовать критерии подобия Ньютона-Фруда.

Решение:

$$K_l = \frac{l_n}{l_m}; (1.1)$$

где K_l – масштаб линейных размеров l, индекс «n» относится к натуральному объекту, индекс «m» - к модели.

$$K_l = \frac{10}{1} = 10$$

таблица 1

Моделируе ые параметры	Определител юе уравнение	Формула азмерности	Масштаб подобия при оделировании с учетом Критерия ьютона-Фруда
Длина l, м	Осн. единица	L	K_l
Скорость υ, /с	$\upsilon = dl/dt$	$L * T^{-1}$	$K_\upsilon = \sqrt{K_l}; (1.2)$
Сила P, Н	$P = m * j$	$M * L * T^{-2}$	$K_P = K_l^3; (1.3)$
Мощность N, г	$N = A/t$	$M * L^2 * T^{-3}$	$K_N = K_l^{3,5}; (1.4)$

$$K_\upsilon = \sqrt{K_l} = \sqrt{10} \approx 3{,}16$$

$$K_\upsilon = \frac{\upsilon_n}{\upsilon_m}; (1.5)$$

$$\upsilon_n = K_\upsilon * \upsilon_m = \sqrt{10} * 1{,}15 = 3{,}64 \text{ м/с}$$

$$K_P = K_l^3 = 10^3$$

$$K_P = \frac{P_n}{P_m}; (1.6)$$

$$P_n = K_P * P_m = 10^3 * 16 = 16000 \text{ Н} = 16\text{кН}$$

$$K_N = K_l^{3,5} = 10^{3,5}$$

$$K_N = \frac{N_n}{N_m}; (1.7)$$

$$N_n = K_N * N_m = 10^{3,5} * 18,4 = 58185,91 \text{ Вт} = 58,2 \text{ кВт}$$

Ответ: 3,64 м/с; 16 кН; 58,2 кВт.

Задание №3.

При подконтрольной эксплуатации восьми ($n = 8$) однотипных автомобилей получены следующие значения путевого расхода топлива x (л/100 км пути): $x = (51, 49, 49, 48, 50, 51, 52, 50)$. Определить выборочные среднее арифметическое X, дисперсию S^2, среднее квадратичное отклонение S и коэффициент вариации V случайной величины x.

Решение:

Составим вспомогательную таблицу 2.

таблица 2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	Сум а
x_i	51	49	49	48	50	51	52	50	400
x_i^2	2601	2401	2401	2304	2500	2601	2704	2500	2001

Используя данные таблицы 2, вычислим выборочные характеристики случайной величины x:

среднее арифметическое $\overline{X}$

$$\overline{X} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} x_i \,; (1.8)$$

$$\overline{X} = \frac{1}{8} * 400 = 50$$

дисперсию

$$S^2 = \frac{1}{n-1} * \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n} * \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \right)^2 \right); (1.9)$$

$$S^2 = \frac{1}{8-1} * \left(20012 - \frac{1}{8} * 400^2\right) = \frac{1}{7} * \left(20012 - \frac{160000}{8}\right) = \frac{1}{7} * (20012 - 20000) = \frac{12}{7}$$

среднее квадратическое отклонение

$$S = \sqrt{S^2}; (1.10)$$

$$S = \sqrt{\frac{12}{7}} = \sqrt{1,71} = 1,31$$

коэффициент вариации

$$V = \frac{S}{\overline{X}}; (1.11)$$

$$V = \frac{1,31}{50} \approx 0,03.$$

Ответ: 50; 1,71; 1,31; 0,03.

Задание №4.

При подконтрольной эксплуатации автоприцепов было зафиксировано сто $(n = 100)$ первых замен рессор. После первичной статистической обработки данных был получен следующий вариационный ряд:

варианта x_i (тыс. км пробега) 40; 45; 50; 55; 60.

частота n_i 35; 30; 20; 12; 3.

Найти методом произведений, выборочные, среднюю арифметическую, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

Решение:

Составим вспомогательную таблицу 3.

таблица 3

I	1	2	3	4	5	Сумма
x_i	40	45	50	55	60	-
n_i	35	30	20	12	3	100
$x_i * n_i$	1400	1350	1000	660	180	4590
$x_i^2 * n_i$	56000	60750	50000	36300	10800	213850

Используя данные таблицы 3, вычислим выборочные характеристики случайной величины x:

среднее арифметическое

$$\overline{X} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{m} x_i * n_i ; (1.12)$$

$$\overline{X} = \frac{1}{100} * 4590 = 45,9$$

дисперсию

$$S^2 = \frac{1}{n-1} * \left(\sum_{i=1}^{m} x_i^2 * n_i - \frac{1}{100} * \left(\sum_{i=1}^{m} x_i * n_i \right)^2 \right); (1.13)$$

$$S^2 = \frac{1}{100-1} * \left(213850 - \frac{1}{100} * 4590^2 \right) = \frac{1}{99} * (213850 - 210681) = 32,01$$

среднее квадратическое отклонение

$$S = \sqrt{S^2}; (1.10)$$

$$S = \sqrt{32,01} = 5,66.$$

Ответ: 45,9; 32,01; 5,66.

Задание №5.

При подконтрольной эксплуатации автомобилей было зафиксировано тридцать пять $(n = 60)$ первых отказов муфты сцепления. При обработке статистических данных были найдены следующие числовые оценки: для среднего ресурса работы $t = 105\,\text{тыс. км}$, для среднего квадратического отклонения $S = 15\,\text{тыс. км}$. Определить доверительные границы среднего ресурса работы муфты сцепления при доверительной вероятность $\Upsilon = 95\ \%$.

Решение:

Верхняя и нижняя доверительные границы среднего арифметического значения ресурса работы (математического ожидания генеральной совокупности) соответственно равны:

верхняя граница

$$t_B = t + \frac{t_{\Upsilon,K} * S}{\sqrt{n}}; (1.14)$$

$$t_B = 105 + \frac{1,673 * 15}{\sqrt{60}} = 105 + \frac{25,1}{7,75} = 105 + 3,24 = 108,2$$

нижняя граница

$$t_H = t - \frac{t_{\Upsilon,K} * s}{\sqrt{n}}; (1.15)$$

$$t_H = 105 - \frac{1,673 * 15}{\sqrt{60}} = 105 - \frac{25,1}{7,75} = 105 - 3,24 = 101,8.$$

где $t_{\Upsilon,K}$ – коэффициент Стьюдента, определяемый по специальным таблицам, по величине доверительной вероятности $\gamma = 0,95$ и числу степеней свободы $K = n - 1 = 59$. Следовательно $t_{\Upsilon,K} = 1,673$

Смысл полученного результата таков: если будет произведено достаточно большое число выборок, то для 95 % из них получатся такие доверительные интервалы, которые будут «накрывать» оцениваемое математическое ожидание генеральной совокупности, а для остальных 5 % выборок математическое ожидание может выйти за границы доверительного интервала.

Ответ: 180,2; 101,8.

Задание №9.

Было произведено десять измерений $(n = 10)$ постоянной величины x: $x_i = (62{,}0; 61{,}8; 63{,}9; 61{,}1; 63{,}0; 62{,}7; 58{,}6; 61{,}2; 63{,}4; 63{,}2)$. Исключить грубые погрешности измерений (промахи). Определить абсолютную $\Delta\overline{X}$ и относительную $\delta_{\overline{X}}$ погрешность результата измерений (среднего арифметического ряда измерений $\overline{X}$) при доверительной вероятности γ = 0,95. Установить сколько наблюдений следует провести чтобы относительная погрешность результата измерений с доверительной вероятностью γ = 0,95 не превышало 1%.

Проанализируем ряд в целях обнаружения грубых измерений. Подозрительные значения $x_{min} = 58{,}6$ и $x_{max} = 63{,}9$. Для упрощения расчетов $\overline{X}$ и S перейдем к условным вариантам $u_i = x_i - c_i; c = 60$.

Составим вспомогательную таблицу 4:

таблица 4

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Су ма
x_i	62,	61,	63,	61,	63,	62,	58,	61,	63,	63,	-
u_i	2,0	1,8	3,9	1,1	3,0	2,7	- 4	1,2	3,4	3,2	20,
u_i^2	4	3,2	15,	1,2	9	7,2	1,9	1,4	11, 6	10, 4	65, 5

$$\overline{X} = c + \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n} u_i = 60 + \frac{1}{10} * 20{,}9 = 62{,}09$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} * \left[\sum_{i=1}^{n} u_i^2 - \frac{1}{n} * \left(\sum_{i=1}^{n} u_i\right)^2\right] = \frac{1}{9} * \left(65{,}15 - \frac{1}{10} * 20{,}9^2\right) = \frac{21{,}469}{9} = 2{,}385$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{2{,}385} = 1{,}544$$

Опытные значения ν-критерия:

$$\nu_1 = \frac{\nu_{max} - \overline{X}}{S} * \sqrt{\frac{n}{n-1}}\ ; (1.16)$$

$$\nu_1 = \frac{63,9 - 62,09}{1,544} * \sqrt{\frac{10}{10-1}} = 1,172 * 1,054 = 1,235$$

$$\nu_2 = \frac{\overline{X} - x_{min}}{S} * \sqrt{\frac{n}{n-1}}\ ;(1.17)$$

$$\nu_2 = \frac{62,09 - 58,6}{1,544} * \sqrt{\frac{10}{9}} = 2,382$$

Критическое значение ν-критерия при γ = 0,95 и n = 10, по таблице $\nu_{кр} = 2,29$. Здесь $\nu_2 > \nu_1$, поэтому исключаем $x_{min} = 58,6$ из статического ряда и пересчитаем $\overline{X}$ и S:

$$\overline{X} = 60 + \frac{1}{9} * 22,3 = 62,478$$

$$S^2 = \frac{1}{8} * \left(63,19 - \frac{1}{9} * 22,3^2\right) = 0,992$$

$$S = \sqrt{0,992} = 0.996$$

Среднее квадратическое отклонение $S_{\overline{X}}$ результата измерений:

$$S_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}\ ;(1.17)$$

$$S_{\overline{X}} = \frac{0.996}{\sqrt{9}} = 0,332$$

Абсолютная погрешность результатов измерений:

$$\Delta\overline{X} = t_{\gamma,k} * S_{\overline{X}}\ ;(1.18)$$

$$\Delta\overline{X} = 2,31 * 0,332 = 0,767$$

где $t_{\Upsilon,K}$ – коэффициент Стьюдента, определяемый по специальным таблицам, по величине доверительной вероятности $\gamma = 0,95$ и числу степеней свободы $K = n - 1 = 8$.

Верхняя и нижняя доверительные границы действительного значения результата измерений:

$$x_{дв} = \overline{X} + \Delta\overline{X}\ ;(1.19)$$

$$x_{дв} = 62,478 + 0,767 = 63,245$$

$$x_{дн} = \overline{X} - \Delta\overline{X}\ ;(1.20)$$

$$x_{дн} = 62,478 - 0,767 = 61,711$$

Относительная погрешность результата измерений:

$$\delta_{\overline{X}} = \frac{\Delta\overline{X}}{\overline{X}}\ ;(1.21)$$

$$\delta_{\overline{X}} = \frac{0,767}{62,478} = 0,0123 \text{ или } 1,23\ \%$$

Допустимая абсолютная погрешность:

$$\Delta\overline{X} = \delta_{\overline{X}} * \overline{X}\ ;(1.21)$$

$$\Delta\overline{X} = 0,01 * 62,478 = 0,625 \text{ (при 1\%)}$$

Выразим $\Delta\overline{X}$ в долях S:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta\overline{X}}{S}\ ;(1,22)$$

$$\mathcal{E} = \frac{0,625}{0,996} = 0,628$$

Выражение для определения необходимого количества опытов:

$$n_O = \left(\frac{t_{\gamma,k}}{\mathcal{E}}\right)^2\ ;(1.23)$$

Это уравнение решается только итерационным способом так как $t_{\gamma,k} = f(n)$. Но есть специальные таблицы, по которым, зная значение относительной погрешности $\mathcal{E} = 0,628$ и доверительной вероятности $\gamma = 0,95$, можно непосредственно определить необходимое число опытов для достижения заданного уровня относительной погрешности $\delta_{\overline{X}} = 1\%$.

$$n_O = \left(\frac{2,31}{0,628}\right)^2 = 3,678^2 = 13,528 \approx 14$$

Ответ: 0,767; 1,23%; 14.

Задание №10.

Определить предельную относительную погрешность измерений мощности автотракторного двигателя δ_N по результатам измерений нагрузки на гидротормозе и частоты вращения коленчатого вала двигателя, регистрируемой тахогенератором.

Предельную относительную погрешность δ_P для гидротормоза принять равной 2%, для тахогенератора $\delta_T = 4\%$.

Расчет мощности по результатам прямых измерений нагрузки P(кг) и частоты вращения n_E (об/мин) производится по выражению:

$$N_E = \frac{P * n_E}{1,36 * 10^3}\ \text{, кВт}\ ;(1.24)$$

Прологарифмируем это уравнение:

$$\ln N_E = \ln\left(\frac{P * n_E}{1360}\right) = \ln P + \ln n_E - \ln 1360 = \ln P + \ln n_E - 7,125$$

Продифференцируем последнее равенство, имея в виду, что производная от постоянной равна нулю:

$$\frac{dN_E}{N_E} = \frac{dP}{P} + \frac{dn_E}{n_E}\ ; (1.25)$$

Теперь заменим:

$$\frac{dN_E}{N_E} \text{ на } \delta_N\ ;\ \frac{dP}{P} \text{ на } \delta_P\ ;\ \frac{dn_E}{n_E} \text{ на } \delta_n$$

Тогда

$$\delta_N = \pm(\delta_P + \delta_n)\ ; (1.26)$$

Подставляем числовые значения:

$$\delta_N = \pm(2\% + 4\%) = \pm 6\%$$

Ответ: ± 6 %.

Задание №11.

При проведении семикратных $(n = 7)$ измерений часового расхода топлива для номинального режима работы автотракторного двигателя весовым способом получены следующие статистические данные: среднее значение величины навески топлива $\overline{G} = 350$ [г] и ее дисперсия $S_G^2 = 15$; среднее время опыта $\overline{t} = 40$ [с] и ее дисперсия $S_{\overline{t}}^2 = 0{,}17$.

Определить относительную статистическую погрешность косвенных измерений часового расхода топлива δ_{Gt} [%] при доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$.

Часовой расход топлива по результатам измерений G и $\overline{t}$ определяют по формуле:

$$\overline{G_t} = \frac{3{,}6 * \overline{G}}{t}\ ;\ \left[\frac{\text{кг}}{\text{ч}}\right]\ ; (1.27)$$

Найдем частные производные из этой формулы:

$$\frac{dG_t}{dG} = \frac{3{,}6}{t}\ ; (1.28)$$

$$\frac{dG_t}{dt} = -\frac{3{,}6 * G}{t^2}\ ; (1.29)$$

Подставим числовые значения при $t = \overline{t} = 40$ [с] и $G = \overline{G} = 350$ [г]:

$$\frac{dG_t}{dG} = \frac{3{,}6}{40} = 0{,}09$$

$$\frac{dG_t}{dt} = -\frac{3{,}6 * 350}{40^2} = -0{,}7875$$

Величина средней квадратичной погрешности величины:

$$S_{Gt} = \sqrt{\left(\frac{dG_t}{dG}\right)^2 * S_G^2 + \left(\frac{dG_t}{dt}\right)^2 * S_t^2}\ ; (1.30)$$

$$S_{Gt} = \sqrt{0{,}09^2 * 15 + (-0{,}7875)^2 * 0{,}17} = \sqrt{0{,}2269} = 0{,}476$$

Вычислим величину абсолютной погрешности ΔG_t:

$$\Delta G_t = \pm\frac{t_{\gamma,k} * S_{Gt}}{\sqrt{n}}\ ; (1.31)$$

$$\Delta G_t = \pm\frac{2{,}45 * 0{,}476}{\sqrt{7}} = \pm 0{,}441$$

где значение коэффициента Стьюдента $t_{\gamma,k}$ при $\gamma = 0{,}95$ и $K = n - 1 = 7 - 1 = 6$, следует принимать по таблице равным: $t_{\gamma,k} = 2{,}45$

Найдем среднее значение часового расхода топлива при доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$:

$$\overline{G}_t = \frac{3{,}6 * \overline{G}}{t} = \frac{3{,}6 * 350}{40} = 31{,}5\ \left[\frac{\text{кг}}{\text{ч}}\right]$$

Относительная ошибка измерений часового расхода топлива при доверительной вероятности $\gamma = 0{,}95$:

$$\delta_{Gt} = \frac{\Delta G_t}{\overline{G}_t}\ ; (1.32)$$

$$\delta_{Gt} = \pm\frac{0{,}441}{31{,}5} = \pm 0{,}014 \text{ или } \pm 1{,}4\%$$

Ответ: ± 1,4 %.

Теоретическая часть.

Вопрос №1. Что называется погрешностью измерения?

Измерением называется нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. При измерении физическая величина сравнивается с некоторым ее значением, принятым за единицу. Результат измерения представляет собой, как правило, именованное число: числовое значение измеренной величины и наименование единицы. Например: напряжение *U=1,5 В;* сила тока *I =0,27 А;* частота *n =528 Гц.*

Погрешностью измерения называется отклонение результата измерения $X_{\text{изм}}$ от истинного значения $X_{\text{ист}}$

$$D_X = X_{\text{изм}} - X_{\text{ист}}$$

Поскольку выяснить с абсолютной точностью истинное значение любой величины невозможно, то невозможно и указать величину отклонения измеренного значения от истинного. Это отклонение принято называть ошибкой измерения. В ряде источников, термины *ошибка измерения* и *погрешность измерения* используются как синонимы, но согласно РМГ 29-99 термин *ошибка измерения* не рекомендуется применять как менее удачный). Возможно, лишь оценить величину этого отклонения, например, при помощи статистических методов. На практике вместо истинного значения используют действительное значение величины, то есть значение физической величины, полученное экспериментальным путем и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него. Такое значение, обычно, вычисляется как среднестатистическое значение, полученное при статистической обработке результатов серии измерений. Это полученное значение не является точным, а лишь наиболее вероятным. Поэтому в измерениях необходимо указывать, какова их точность. Для этого вместе с полученным результатом указывается погрешность измерений. Например, запись *T=2,8±0,1*с означает, что истинное значение величины *T* лежит в интервале от *2,7*с до *2,9*с, с некоторой оговорённой вероятностью.

В 2004 году на международном уровне был принят новый документ, диктующий условия проведения измерений и установивший новые правила сличения государственных эталонов. Понятие «погрешность» стало устаревать, вместо него было введено понятие «неопределённость измерений», однако ГОСТ Р 50.2.038-2004 допускает использовать термин *погрешность* для документов, использующихся в России.

Вопрос №2. Что называется абсолютной и относительной погрешностью измерения?

Абсолютной погрешностью приближенного значения называется модуль разности точного и приближенного значений.

Абсолютная погрешность - ΔX является оценкой абсолютной ошибки измерения. Вычисляется разными способами. Способ вычисления определяется распределением случайной величины $X_{\text{случ}}$. Соответственно, величина абсолютной погрешности в зависимости от распределения случайной величины $X_{\text{случ}}$ может быть различной. Если $X_{\text{случ}}$ - измеренное значение, а $X_{\text{ист}}$ - истинное значение, то неравенство $\Delta X > |X_{\text{случ}} - X_{\text{ист}}|$, должно выполняться с некоторой вероятностью, близкой к 1. Если случайная величина $X_{\text{случ}}$ распределена по нормальному закону, то обычно за абсолютную погрешность принимают её среднеквадратичное отклонение. Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах измерения, что и сама величина.

Существует несколько способов записи величины вместе с её абсолютной погрешностью.

- Обычно используется запись со знаком ±.
- Для записи величин, измеренных с очень высокой точностью, используется другая запись: цифры, соответствующие погрешности последних цифр мантиссы, дописываются в скобках

Относительная погрешность - погрешность измерения, выраженная отношением абсолютной погрешности измерения к действительному или измеренному значению измеряемой величины:

$$\delta_x = \frac{\Delta X}{X_{\text{ист}}}\ ;\ \delta_x = \frac{\Delta X}{X_{\text{случ}}}.$$

Относительной погрешностью приближенного значения называется отношение абсолютной погрешности к модулю приближенного значения. Относительная погрешность является безразмерной величиной, либо измеряется в процентах.

Вопрос №3. Что называется систематической и случайной погрешностью измерения?

Систематической погрешностью называется погрешность, остающаяся постоянной или закономерно изменяющейся во времени при повторных измерениях одной и той же величины. Примером систематической погрешности, закономерно изменяющейся во времени, может служить смещение настройки прибора во времени. Случайной погрешностью измерения называется погрешность, которая при многократном измерении одного и того же значения не остается постоянной. Например, при измерении валика одним и тем же прибором в одном и том же сечении получаются различные значения измеренной величины.

Для выявления систематической погрешности производят многократные измерения образцовой меры и по полученным результатам определяют среднее значение размера. Отклонение среднего значения от размера образцовой меры характеризует систематическую погрешность, которую называют «средней арифметической погрешностью», или «средним арифметическим отклонением».

Систематическая погрешность всегда имеет знак отклонения, то есть «+» или «-». Систематическая погрешность может быть исключена введением поправки.

При подготовке к точным измерениям необходимо убедиться в отсутствии постоянной систематической погрешности в данном ряду измерений. Для этого существуют специальные методы.

Прогрессивные и периодические систематические погрешности в противоположность постоянным можно обнаружить при многократных измерениях.

Случайная погрешность - составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом в серии повторных измерений одной и той же величины, проведенных в одних и тех же условиях. В появлении таких погрешностей не наблюдается какой-либо закономерности, они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения, однако их влияние, как правило, можно устранить статистической обработкой. Описание случайных погрешностей возможно только на основе теории случайных процессов и математической статистики.

Случайные погрешности вызываются большим числом неконтролируемых причин, влияющих на процесс измерения. Такие причины могут быть объективными (неровности на поверхности измеряемого предмета; дуновение воздуха, ведущее к изменению температуры; скачкообразное изменение напряжения электрической сети и т.п.) и субъективными (разная сила зажима предмета между ножками штангенциркуля, неодинаковое расположение глаза по отношению к шкале прибора, различное запаздывание при включении секундомера и т.п.). Эти причины могут сочетаться в различных комбинациях, вызывая то увеличение, то уменьшение значения измеряемой величины. Поэтому при измерениях одной и той же величины несколько раз получается, как правило, целый ряд значений этой величины, отличающихся от истинного значения случайным образом. Закономерности, описывающие поведение случайных величин, изучаются теорией вероятностей. Под вероятностью подразумевается отношение числа случаев, удовлетворяющих какому-либо условию, к общему числу случаев, если общее число случаев очень велико (стремится к бесконечности). Максимальное значение вероятности равно единице (все случаи удовлетворяют заданному условию).

При описании случайных погрешностей обычно используются следующие предположения:

- погрешности могут принимать непрерывный ряд значений;
- большие отклонения измеренных значений от истинного значения измеряемой величины встречаются реже (менее вероятны), чем малые;
- отклонения в обе стороны от истинного значения равновероятны.

Эти предположения справедливы не всегда. Опыт, однако, показывает, что все же в подавляющем большинстве случаев они выполняются достаточно хорошо.

Среднее арифметическое. Пусть при измерении физической величины a получено n-значений: a_1; a_2; a_3; …; a_n. Предполагается, что среднее арифметическое этих значений (обозначаемое чертой над буквой)

$$\overline{a} = \frac{\sum a_i}{n}$$

стремится к истинному значению измеряемой величины, если n стремится к бесконечности. При конечном числе измерений среднее арифметическое представляет собой наиболее вероятное значение измеряемой величины. Теория вероятностей позволяет оценить возможное отклонение среднего арифметического от истинного значения измеряемой величины.

Систематические и случайные погрешности чаще всего появляются одновременно.

Вопрос №4. В чем состоит различие понятий «среднее квадратическое отклонение результата наблюдения» и «среднее квадратическое отклонение результата измерения»?

Среднее квадратическое отклонение - это обобщающая характеристика абсолютных размеров вариации признака в совокупности. Выражается оно в тех же единицах измерения, что и признак (в метрах, тоннах, процентах, гектарах и т.д.). Среднее квадратическое отклонение является мерилом средней надежности. Чем меньше среднее квадратическое отклонение, тем лучше средняя арифметическая отражает собой всю представляемую совокупность. Вычислению среднего квадратического отклонения предшествует расчет дисперсии.

Разность между результатом наблюдения и средним значением называется случайным отклонением результата наблюдения или просто случайным отклонением. В специальной литературе доказывается, что при неограниченном увеличении числа измерений среднее арифметическое стремится к истинному значению измеряемой величины, а случайные отклонения результата наблюдения – к равенству с соответствующими случайными погрешностями. Это означает, что при достаточно большом числе измерений совокупность случайных отклонений результата наблюдения подчиняется тем же закономерностям, что и совокупность случайных погрешностей и, следовательно, все теоретические выводы и предложения, относящиеся к случайным погрешностям, могут быть проверены на основании данных большого числа наблюдений и применены к случайным отклонениям результата наблюдения. Этот факт весьма важен, так как в действительности ни истинное значение измеряемой величины, ни случайные погрешности нам не известны.

Среднее квадратическое отклонение результата наблюдения – это параметр функции распределения результатов наблюдений, характеризующий их рассеивание и равный корню квадратному из дисперсии результата наблюдения (с положительным знаком), т.е.

$$\sigma_x = +\sqrt{\sigma_x^2} = +\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \ldots + \sigma_n^2}{n}};$$

где $n \to \infty$ и это показывает, что рассматривается неограниченно большое число погрешностей, а σ_i – случайная погрешность i-того наблюдения.

Среднее квадратическое отклонение результата измерения - это параметр функции распределения результатов измерений, характеризующий их рассеивание и равный корню квадратному из дисперсии результата измерения (с положительным знаком), т.е.

$$\sigma_{\overline{X}} = +\sqrt{\sigma_{\overline{X}}^2} = +\sqrt{\frac{\sigma_{\overline{X}_1}^2 + \sigma_{\overline{X}_2}^2 + \ldots + \sigma_{\overline{X}_N}^2}{N}};$$

где $N \to \infty$.

Теория погрешностей показывает, что среднее квадратическое отклонение (погрешность) результата измерения, т.е. среднего арифметического из результатов n наблюдений, в $\sqrt{n}$ раз меньше, чем среднее квадратическое отклонение (погрешность) результата наблюдения, т.е.

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

При ограниченном числе измерений можно найти только оценку среднего квадратического отклонения результата измерения, обычно принимаемую равной корню квадратному из оценки дисперсии результата измерения

$$S_{\overline{X}} = \sqrt{S_{\overline{X}}^2} = \sqrt{\frac{S_X^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n * (n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{n * (n-1)}}.$$

Полученные оценки истинного значения измеряемой величины и среднего квадратического отклонения результата измерения позволяют записать итог измерений в виде

$$Q = \overline{X} \pm S_{\overline{X}}.$$

Вопрос №5. Как определить доверительные границы абсолютной погрешности результата измерения?

Доверительная погрешность (доверительные границы погрешности результата измерений) - наибольшее и наименьшее значения погрешности измерений, ограничивающие интервал, внутри которого с заданной вероятностью находится искомое (истинное) значение погрешности результата измерений.

Доверительные границы результата измерения устанавливают для результатов наблюдений, принадлежащих нормальному распределению. Если это условие не выполняется, методы вычисления доверительных границ погрешности должны быть указаны в методике выполнения конкретных измерений.

При числе результатов наблюдений n > 50 для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтительным является один из критериев: Пирсона или Мизеса - Смирнова.

При числе результатов наблюдений 50 > n > 15 для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтительным является составной критерий.

При числе результатов наблюдений $n \leq 15$ принадлежность их к нормальному распределению не проверяют. При этом нахождение доверительных границ погрешности результата измерения по методике, возможно в том случае, если заранее известно, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению. Доверительные границы Ɛ (без учета знака) случайной погрешности результата измерения находят по формуле

$$\mathcal{E} = t * S_{\overline{A}}$$

где t – коэффициент Стьюдента, который в зависимости от доверительной вероятности P и числа результатов наблюдений n находят по таблице.

$S_{\overline{A}}$ - оценка среднего квадратического отклонения результата измерения.

Вопрос №6. Как исключить грубые погрешности измерений?

Грубая погрешность, или промах, — это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, которая для данных условий резко отличается от остальных результатов этого ряда. Источником грубых погрешностей нередко бывают резкие изменения условий измерения и ошибки, допущенные оператором. К ним можно отнести:

- неправильный отсчет по шкале измерительного прибора, происходящий из-за неверного учета цены малых делений шкалы;
- неправильная запись результата наблюдений, значений отдельных мер использованного набора, например гирь;
- хаотические изменения параметров питающего СИ напряжения, например его амплитуды или частоты.

Грубые погрешности, как правило, возникают при однократных измерениях и обычно устраняются путем повторных измерений. Их причинами могут быть внезапные и кратковременные изменения условий измерения или оставшиеся незамеченными неисправности в аппаратуре.

Корректная статистическая обработка выборки возможна только при ее однородности, т.е. в том случае, когда все ее члены принадлежат к одной и той же генеральной совокупности. В противном случае обработка данных бессмысленна. "Чужие" отсчеты по своим значениям могут существенно не отличаться от "своих" отсчетов. Их можно обнаружить только по виду гистограмм или дифференциальных законов распределения. Наличие таких аномальных отсчетов принято называть загрязнениями выборки, однако выделить члены выборки, принадлежащие каждой из генеральных совокупностей, практически невозможно.

При однократных измерениях обнаружить промах не представляется возможным. Для уменьшения вероятности появления промахов измерения проводят два-три раза и за результат принимают среднее арифметическое полученных отсчетов. При многократных измерениях для обнаружения промахов используют статистические критерии, предварительно определив, какому виду распределения соответствует результат измерений.

Для выявления грубых погрешностей задаются вероятностью q (уровнем значимости) того, что сомнительный результат действительно мог иметь место в данной совокупности результатов измерений.

Критерий "трех сигм" применяется для результатов измерений, распределенных по нормальному закону. По этому критерию считается, что результат, возникающий с вероятностью q < 0,003, маловероятен и его можно считать промахом. Данный критерий надежен при числе измерений n > 20... 50.

Это правило обычно считается слишком жестким, поэтому рекомендуется назначать границу цензурирования в зависимости от объема выборки.

Данные выражения применимы для:

- кругловершинных двухмодальных распределений, являющихся композицией дискретного двузначного и нормального распределений;
- островершинных двухмодальных распределений, являющихся композицией дискретного двузначного распределения и распределения Лапласа;
- композиций равномерного и экспоненциальных распределений с показателем степени $\alpha = 1/2$;
- экспоненциальных распределений.

Критерий Романовского применяется, если число измерений n < 20. При этом вычисляется отношение $|(\overline{x} - x_i)/S_x| = \beta$ и сравнивается с критерием β_t, выбранным по таблице. Если $\beta \geq \beta_т$, то результат считается промахом и отбрасывается.

Критерий Романовского свидетельствует о необходимости отбрасывания последнего результата измерения.

Критерий Шарлье используется, если число наблюдений в ряду велико (n > 20). Тогда по теореме Бернулли число результатов, превышающих по абсолютному значению среднее арифметическое значение на величину $K_Ш * S_x$, будет $n * [1 - \Phi(K_Ш)]$, где $\Phi(K_Ш)$ - значение нормированной функции Лапласа для $X = K_Ш$. Если сомнительным в ряду результатов наблюдений является один результат, то $n * [1 - \Phi(K_Ш)]$. Отсюда

$$\Phi(K_Ш) = \frac{(n-1)}{n}$$

Вариационный критерий Диксона удобный и достаточно мощный (с малыми вероятностями ошибок). При его применении полученные результаты наблюдений записывают в вариационный возрастающий ряд. Критерий Диксона определяется как

$$K_Д = \frac{(x_n - x_{n-1})}{(x_n - x_1)}$$

Применение рассмотренных критериев требует осмотрительности и учета объективных условий измерений. Конечно, оператор должен исключить результат наблюдения с явной грубой погрешностью и выполнить новое измерение. Но он не имеет права отбрасывать более или менее резко отличающиеся от других результаты наблюдений. В сомнительных случаях лучше сделать дополнительные измерения (не взамен сомнительных, а кроме них) и затем привлекать на помощь рассмотренные выше статистические критерии. Кроме рассмотренных критериев, существуют и другие, например критерии Граббса и Шовенэ.

Вопрос №7. Как определить необходимое число наблюдений для достижения допустимой погрешности результата измерения при заданном уровне доверительной вероятности?

В простейшем случае планирование измерений сводится к нахождению оптимального числа измерений n набора величин $x_1, \dots, x_n$, а затем статистических характеристик:

- среднего арифметического $\overline{X} = \overline{X}_n \pm \Delta\overline{X}$,

где $\overline{X}$ - среднее арифметическое выборки; $\Delta\overline{X}$ - его доверительный интервал;

- среднего квадратического выборки $S_n \approx \sigma_n (n \to \infty)$.

Доверительный интервал, на величину которого истинное значение $\overline{X}$ может отличаться от выборочного $\overline{X}_n$:

$$\Delta\overline{X} = S_n * \frac{t_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

где t_{n-1} - табличный коэффициент Стьюдента, зависящий от доверительной вероятности Р и числа измерений $(n-1)$. На практике выбирают: Р ≈ 0,68, что соответствует ±1σ; Р ≈ 0,95 соответствует ±2σ; Р ≈ 0,997 соответствует ±3σ.

Наибольшее число требуемых испытаний

$$n = \left(S_m * \frac{t_{m-1}}{\Delta X}\right)^2 * \left(1 + \frac{1}{2*m} + \frac{2}{\sqrt{m}}\right)$$

где m - число предварительных экспериментов, заведомо меньшее, чем требуемое.

Таким образом, исходными, предварительно выбранными величинами при планировании измерений, являются: ΔX - максимальное допустимое отклонение среднего арифметического; Р - доверительная вероятность; m - число предварительных испытаний.

Методика подбора эмпирических формул.

При интерполировании функций используется условие равенства значений интерполяционного многочлена и данной функции в известных точках – узлах интерполяции. Это предъявляет высокие требования к точности данных значений функции. В случае обработки опытных данных, полученных в результате наблюдений или измерений, нужно иметь в виду *ошибки* этих данных. Они могут быть вызваны несовершенством измерительного прибора, субъективными причинами, различными случайными факторами и т. д. Ошибки экспериментальных данных можно условно разбить на три категории по их происхождению и величине: систематические, случайные и грубые.

Таким образом, в экспериментальных данных всегда имеются случайные ошибки. Они, вообще говоря, могут быть уменьшены до сколь угодно малой величины путем многократного повторения опыта. Однако это не всегда целесообразно, поскольку могут потребоваться большие материальные или временные ресурсы. Значительно дешевле и быстрее можно в ряде случаев получить уточненные данные хорошей математической обработкой имеющихся результатов измерений.

В частности, с помощью статистической обработки результатов измерений можно найти закон распределения ошибок измерений, наиболее вероятный диапазон изменения искомой величины (доверительный интервал) и другие параметры. Рассмотрение этих вопросов выходит за рамки данного пособия; их изложение можно найти в некоторых книгах, приведенных в списке литературы. Здесь ограничимся лишь определением связи между исходным параметром *x* и искомой величиной *y* на основании результатов измерений.

Эмпирические формулы**.** Пусть, изучая неизвестную функциональную зависимость между y и x, мы в результате серии экспериментов произвели ряд измерений этих величин и получили таблицу значений

$$x_0 x_1 \dots x_n; y_0 y_1 \dots y_n$$

Задача состоит в том, чтобы найти приближенную зависимость

$$y = f(x); \ (5.1)$$

Значения которой при $x = x_i, (i = 0; 1; \dots; n)$ мало отличаются от опытных данных y_i. Приближенная функциональная зависимость, полученная на основании экспериментальных данных, называется эмпирической формулой.

Задача построения эмпирической формулы отличается от задачи интерполирования. График эмпирической зависимости не проходит через заданные точки (x_i, y_i), как в случае интерполяции. Это приводит к тому, что экспериментальные данные в некоторой степени сглаживаются, в то время как интерполяционная формула повторила бы все ошибки, имеющиеся в экспериментальных данных.

Подбор эмпирических формул. Процесс построения эмпирической формулы для установленной из опыта функциональной зависимости распадается на два этапа: сначала выбирается вид формулы и уже после этого определяются численные значения параметров, для которых приближение оказывается наилучшим (в некотором смысле).

Если в ходе эксперимента исследовалась зависимость, характер которой известен, то вид эмпирической формулы может быть определен из теоретических соображений. Так, например, при исследовании зависимости силы тока на каком-либо участке электрической цепи, содержащем только линейные элементы (например, резисторы) от напряжения на этом участке вполне естественно ожидать, что зависимость будет иметь линейный характер

$$I = k * U$$

что просто следует из закона Ома для участка цепи $I = U/R$.

Иначе обстоит дело, если характер исследуемой зависимости неизвестен, и никаких теоретических соображений по этому поводу сделать нельзя. В таких случаях поступают следующим образом. По экспериментальным данным строится точечный график. Затем проводится плавная кривая, по возможности наилучшим образом отражающая характер расположения точек. Полученная таким образом кривая сравнивается с графиками простых по виду аналитических функций и на основе такого сравнения делается выбор эмпирической формулы.

Наиболее часто используют следующие функции:

$$1) \ y = a + b * x$$

$$2)\ y = a + b * x + c * x^2$$

$$3)\ y = a * \exp(b * x)$$

$$4)\ y = a * x^b$$

$$5)\ y = \frac{1}{a + b * x}$$

$$6)\ y = a + b * \ln x$$

Поскольку сходство графиков, определяемое грубо “на глаз”, может оказаться обманчивым (особенно при неудачно выбранном масштабе), следует, выбрав какую либо формулу, прежде чем определять значения параметров, проверить возможность ее применения по методу выравнивания.

Метод выравнивания (линеаризация данных). Для описания метода выравнивания рассмотрим, пример. На рис. 1(а) представлен точечный график, построенный по экспериментальным данным. Из вида графика можно предположить, что зависимость $y = f(x)$ носит экспоненциальный характер: $y = a * \exp(b * x)$. Прологарифмируем правую и левую части этого уравнения: $\ln y = \ln a + b * x$.

Нетрудно заметить, что величины $\ln y$ и x оказываются, связаны линейной зависимостью.

Если экспериментальные данные, т.е. пары точек $(x_i; y_i)$ действительно связаны экспоненциальной зависимостью, то согласно $\ln y = \ln a + b * x$, график зависимости $\ln y_i$ от x_i должен быть близок к линейному (рис. 1(б)). Если это так, то выбор эмпирической формулы сделан правильно.

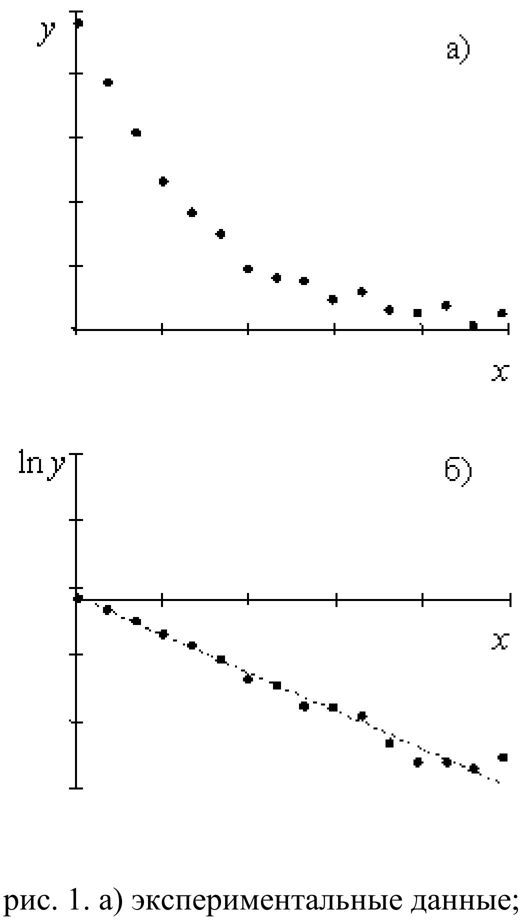

рис. 1. а) экспериментальные данные; б) линеаризированные данные

Таким образом, метод выравнивания заключается в следующем: предполагая, что между x и y существует зависимость определенного вида, находят некоторые величины $x^l = \varphi(x; y)$ и $y^l = \psi(x; y)$, которые при сделанном предположении оказываются, связаны линейной зависимостью. Затем для заданных значений x_i и y_i вычисляют соответственные значения x_i^l и y_i^l, и изображают их графически. Из графика легко увидеть, близка ли зависимость между x_i^l и y_i^l к линейной и, следовательно, подходит ли выбранная формула или нет.

Преобразования, которые сводят нелинейную зависимость к линейной называются линеаризующими преобразованиями.

В рассмотренном выше примере, преобразования, линеаризующие (выравнивающие) экспоненциальную зависимость имеют вид:

$$x^l = x;\ y^l = \ln y$$

Ниже в таблице приведены линеаризующие преобразования для некоторых элементарных функций.

Таблица 4.

Функция	x^l	y^l	a	b
$y = a * b^x$	$\ln x$	$\ln y$	$c^{a'}$	b'
$y = a * c^{b*x}$	x	$\ln y$	$c^{a'}$	b'
$y = a + b * x^2$	x^2	y	a'	b'
$y = \frac{1}{a + b * x}$	x	$\frac{1}{y}$	a'	b'
$y = a + b * \ln x$	$\ln x$	y	a'	b'
$y = a + \frac{b}{x}$	$\frac{1}{x}$	y	a'	b'
$y = \frac{x}{a * x + b}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{y}$	a'	b'

Определение параметров эмпирической формулы. Метод наименьших квадратов. Будем считать, что вид эмпирической формулы выбран, и ее можно представить следующим образом

$$y = \varphi(x; c_0; c_1; \dots; c_m);\ (5.2)$$

Где φ – известная функция, $c_0; c_1; \dots; c_m$ – неизвестные параметры. Задача состоит в том, чтобы определить такие значения параметров, при которых эмпирическая формула дает хорошее приближение данной функции, значения которой в точках x_i равны y_i ($i = 0; 1; \dots; n$).

Как уже отмечалось выше, здесь не ставиться условие совпадения экспериментальных данных y_i со значениями эмпирической функции (5.2) в точках x_i. Следовательно, эти значения могут отличаться (отклоняться) друг от друга на величину

$$\mathcal{E}_i = \varphi(x_i; c_0; c_1; \dots; c_m) - y_i; \ (5.3)$$

$$i = 0; 1; \dots; n.$$

Задача нахождения наилучших значений параметров $c_0; c_1; \dots; c_m$ сводится к минимизации отклонений $\mathcal{E}_i$.

Один из способов решения этой задачи – среднеквадратичное приближение, суть которого состоит в следующем. Составим сумму квадратов отклонений для всех табличных точек:

$$Q = \sum_{i=0}^{n} (\mathcal{E}_i)^2 = \sum_{i=0}^{n} [\varphi(x_i;\ c_0;\ c_1; \dots; c_m) - y_i]^2; \ (5.4)$$

Параметры $c_0; c_1; \dots; c_m$ эмпирической формулы (5.2) будем определять из условия минимума функции $Q = Q(c_0; c_1; \dots; c_m)$. В этом состоит метод наименьших квадратов (МНК).

В теории вероятностей доказывается, что полученные таким методом значения параметров наиболее вероятны, если отклонения $\mathcal{E}_i$ подчиняются нормальному закону распределения. Более подробно вероятностное обоснование метода наименьших квадратов будет рассмотрено ниже.

Поскольку неизвестные параметры $c_0; c_1; \dots; c_m$ выступают здесь в роли независимых переменных функции Q, то ее минимум (экстремум) найдем, приравнивая нулю частные производные по этим переменным:

$$\frac{dQ}{dc_0} = 0;\ \frac{dQ}{dc_1} = 0; \dots; \frac{dQ}{dc_m} = 0; \ (5.5)$$

или с учетом (5.4)

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n} [\varphi(x_i;\ c_0;\ c_1; \dots;\ c_m) - y_i] * \left(\frac{d\varphi}{dc_i}\right)_i = 0 \\ \sum_{i=0}^{n} [\varphi(x_i;\ c_0;\ c_1; \dots;\ c_m) - y_i] * \left(\frac{d\varphi}{dc_1}\right)_i = 0 \\ \sum_{i=0}^{n} [\varphi(x_i;\ c_0;\ c_1; \dots;\ c_m) - y_i] * \left(\frac{d\varphi}{dc_m}\right)_i = 0 \end{cases}; \ (5.6)$$

Где $\left(\frac{d\varphi}{dc_m}\right)_i = \frac{d}{dc_m} * \varphi(x_i;\ c_0;\ c_1; \dots;\ c_m)$ – значение частной производной от функции φ по параметру c_m в точке x_i. Соотношения (5.6) – система линейных алгебраических уравнений для определения параметров $c_0;\ c_1; \dots;\ c_m$.

Линейная аппроксимация. Рассмотрим применение метода наименьших квадратов для определения коэффициентов линейной функции:

$$\varphi(x; a; b) = a + b * x$$

Уравнения (5.6) в данном случае будут иметь простой вид

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n} (a + b * x_i - y_i) = 0 \\ \sum_{i=0}^{n} (a + b * x_i - y_i) * x_i = 0 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} (n+1) * a + b * \sum_{i=0}^{n} x_i - \sum_{i=0}^{n} y_i = 0 \\ a * \sum_{i=0}^{n} x_i + b * \sum_{i=0}^{n} x_i^2 - \sum_{i=0}^{n} x_i * y_i = 0 \end{cases} ; (5.7)$$

Разделив все слагаемые в уравнениях (5.7) на $(n + 1)$ получим

$$\begin{cases} a + b * \langle x \rangle - \langle y \rangle = 0 \\ a * \langle x \rangle + b * \langle x^2 \rangle - \langle x * y \rangle = 0 \end{cases} ; (5.8)$$

где введены следующие обозначения

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n+1} * \sum_{i=0}^{n} x_i$$

$$\langle y \rangle = \frac{1}{n+1} * \sum_{i=0}^{n} y_i$$

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{n+1} * \sum_{i=0}^{n} x_i^2$$

$$\langle x * y \rangle = \frac{1}{n+1} * \sum_{i=0}^{n} x_i * y_i$$

Решая систему уравнений (5.8) найдем формулы для коэффициентов a и b линейного уравнения:

$$a = \langle y \rangle - b * \langle x \rangle \; ; (5.9)$$

$$b = \frac{\langle x * y \rangle - \langle x \rangle * \langle y \rangle}{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \; ; (5.10)$$

В тех случаях, когда нелинейную зависимость удается свести к линейной методом выравнивания, формулы (5.9) и (5.10) могут быть использованы для нахождения параметров линеаризованной зависимости с последующим определением неизвестных параметров исходной нелинейной зависимости. Так, например, выравнивая экспоненциальную зависимость $y = a * c^{b*x}$, получаем уравнение

$$y' = a' + b' * x'$$

Где $y' = \ln y$; $x' = x$; $a' = \ln a$; $b' = b$.

По формулам (5.9) и (5.10) находим коэффициенты a' и b'. С учетом введенных обозначений параметр a экспоненциальной зависимости определяется как $a = c^{a'}$.

Приближение обобщенными многочленами. В наиболее общем случае аппроксимирующую функцию $\varphi(x)$ можно выбрать в виде линейной комбинации

$$\varphi(x;\ c_0;\ c_1; \dots;\ c_m) = c_0 * \varphi_0(x) + c_1 * \varphi_1(x) + \dots + c_m * \varphi_m(x)\ ; (5.11)$$

Где $\varphi_0(x)$; $\varphi_1(x)$; …; $\varphi_m(x)$ – базисные функции; $m \leq n$. Выбор конкретных базисных функций зависит от свойств аппроксимируемой функции, таких как периодичность, экспоненциальный или логарифмический характер, свойства симметрии, наличие асимптотики и т.д.

Уравнения (5.6) в данном случае будут иметь вид

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^{n} [c_0 * \varphi_0(x_i) + c_1 * \varphi_1(x_i) + \ \dots + c_m * \varphi_m(x_i) - y_i] * \varphi_0(x_i) = 0 \\ \sum_{i=0}^{n} [c_0 * \varphi_0(x_i) + c_1 * \varphi_1(x_i) + \ \dots + c_m * \varphi_m(x_i) - y_i] * \varphi_1(x_i) = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ \sum_{i=0}^{n} [c_0 * \varphi_0(x_i) + c_1 * \varphi_1(x_i) + \ \dots + c_m * \varphi_m(x_i) - y_i] * \varphi_m(x_i) = 0 \end{cases} ; (5.12)$$

Система линейных алгебраических уравнений (5.12) может быть компактно представлена в матричной форме

$$\Phi * c = g\ ; (5.13)$$

Матрица этой системы имеет следующий вид

$$\Phi = \begin{pmatrix} (\varphi_0, \varphi_0)\ (\varphi_0, \varphi_1) \dots\ (\varphi_0, \varphi_m) \\ (\varphi_0, \varphi_1)\ (\varphi_1, \varphi_1) \dots\ (\varphi_1, \varphi_m) \\ \dots \dots \dots \dots \\ (\varphi_0, \varphi_m)\ (\varphi_1, \varphi_m) \dots\ (\varphi_m, \varphi_m) \end{pmatrix} ; (5.14)$$

и называется матрицей Грама. Элементы матрица Грама являются скалярными произведениями базисных функций

$$\left(\varphi_j, \varphi_k\right) = \sum_{i=0}^{n} \varphi_j(x_i) * \varphi_k(x_i) \; ; (5.15)$$

Вектор свободных членов g в уравнении (5.13) имеет вид

$$g = \begin{pmatrix} (\varphi_0, y) \\ (\varphi_1, y) \\ \dots \\ (\varphi_m, y) \end{pmatrix} ; (5.16)$$

где элементы столбца определяются аналогично (5.15)

$$\left(\varphi_j, y\right) = \sum_{i=0}^{n} \varphi_j(x_i) * y_i \; ; (5.17)$$

Отметим некоторые свойства матрицы Грама, полезные при программировании алгоритмов метода наименьших квадратов:

1. матрица симметрична, т.е. $\Phi_{i*j} = \Phi_{j*i}$, что позволяет сократить объем вычислений при заполнении матрицы;
2. диагональные элементы матрицы положительны $\Phi_{j*i} > 0$;
3. определитель матрицы будет отличен от нуля, если в качестве базиса выбраны линейно независимые функции $\varphi_k(x)$, при этом система (5.13) имеет единственное решение.

Степенной базис. Выберем базисные функции в виде последовательности степеней аргумента x, которые линейно независимы

$$\varphi_0(x) = x^0 = 1;\ \varphi_1(x) = x^1 = x; \dots;\ \varphi_m(x) = x^m$$

В этом случае, так же как и при интерполяции, мы будем аппроксимировать экспериментальную зависимость полиномом

$$c_1 = 0;\ c_n + 3 * d_i * h_i$$

$$\varphi(x;\ c_0;\ c_1; \dots;\ c_m) = c_0 + c_1 * x + c_2 * x^2 + \ \dots + c_m * x^m \; ; (5.18)$$

Однако степень полинома m выбирают обычно много меньше n (напомним, что при лагранжевой интерполяции $m = n$), ограничиваясь полиномами первой, второй и третьей степени. Если же выбрать $m = n$, то на основании единственности интерполяционного полинома получим функцию $\varphi(x)$, совпадающую с интерполяционным полиномом степени n, аппроксимирующая кривая пройдет через все экспериментальные точки и величина Q будет равна нулю. Последнее обстоятельство можно использовать для отладки и тестирования программ, реализующих алгоритмы МНК.

Матрица Грама Ф (5.14) и вектор свободных членов g (5.16) в случае степенного базиса будут иметь вид

$$\Phi = \left(\begin{array}{c} n+1\ \sum_{i=0}^{n} x_i\ \sum_{i=0}^{n} x_i^2 \dots \sum_{i=0}^{n} x_i^m \\ \sum_{i=0}^{n} x_i\ \sum_{i=0}^{n} x_i^2\ \sum_{i=0}^{n} x_i^3 \dots \sum_{i=0}^{n} x_i^{m+1} \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ \sum_{i=0}^{n} x_i^m\ \sum_{i=0}^{n} x_i^{m+1}\ \sum_{i=0}^{n} x_i^{m+2} \dots \sum_{i=0}^{n} x_i^{2*m} \end{array} \right); g = \left(\begin{array}{c} \sum_{i=0}^{n} y_i \\ \sum_{i=0}^{n} x_i * y_i \\ \dots \\ \sum_{i=0}^{n} x_i^m * y_i \end{array} \right); (5.19)$$

или

$$\Phi_{jk} = \sum_{i=0}^{n} x_i^{j+k};\ g_j = \sum_{i=0}^{n} x_i^j * y_i;\ j = 0,1,\dots,m;\ k = 0,1,\dots,m.; (5.20)$$

Вероятностное обоснование метода наименьших квадратов. Предположим, что истинная зависимость между величинами x и y выражается формулой $y = \varphi(x)$; экспериментальные точки отклоняются от этой зависимости вследствие неизбежных случайных ошибок измерений. Известно, что случайные ошибки измерения, как правило, подчиняются нормальному закону распределения. Допустим, что это так. Рассмотрим какое-нибудь выбранное значение аргумента x_i. Результат измерения есть значение случайной величины Y_i, распределенной также по нормальному закону с математическим ожиданием $\varphi(x_i)$ и со среднеквадратичным отклонением σ_i, характеризующем величину ошибки. Будем считать, что точность измерений во всех точках одинакова:

$$\sigma_0 = \sigma_1 = \ldots = \sigma_n = \sigma$$

Тогда нормальный закон, по которому распределена величина Y_i, можно записать в виде

$$\rho_i(y_i) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2 * \pi}} * e^{-\frac{[y_i - \varphi(x_i)]^2}{2*\sigma^2}}$$

В результате опыта – ряда измерений – произошло следующее событие: случайные величины $(Y_0;\ Y_1;\dots;\ Y_n)$ приняли совокупность значений $(y_0;\ y_1;\dots;\ y_n)$. Поставим задачу, так подобрать математические ожидания $\varphi(x_0);\ \varphi(x_1);\dots;\ \varphi(x_n)$, чтобы вероятность этого события была максимальна (так называемый “принцип максимального правдоподобия”).

Строго говоря, вероятность любого из событий $Y_i = y_i$ равна нулю, так как величины Y_i непрерывны; поэтому мы будем пользоваться не вероятностями событий $Y_i = y_i$, а вероятностями того, что величина Y_i примет значение в интервале $[y_i;\ y_i + d * y_i]$. Вероятность такого события равна произведению плотности вероятности $\rho_i(y_i)$ на элемент $d * y_i$:

$$\mathrm{P}_i(y_i \le Y_i \le y_i + d * y_i) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2 * \pi}} * e^{-\frac{[y_i - \varphi(x_i)]^2}{2*\sigma^2}} * d * y_i; (5.21)$$

Так как опыты независимы, то вероятность того, что система случайных величин $(Y_0;\ Y_1;\dots;\ Y_n)$, примет совокупность значений в интервалах $[y_i;\ y_i + d * y_i]$ будет равна произведению вероятностей (5.21) для всех значений i.

$$\mathrm{P} = \prod_{i=0}^{n} \mathrm{P}_i\,(y_i \le Y_i \le y_i + d * y_i) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2 * \pi}} * e^{-\frac{1}{2*\sigma^2} * \sum_{i=0}^{n} [y_i - \varphi(x_i)]^2} * \prod_{i=0}^{n} d * y_i\ ; (5.22)$$

Для того чтобы эта вероятность была максимальна, необходимо, чтобы показатель степени экспоненты в (5.22) был бы минимальным. Отсюда мы получаем требование метода наименьших квадратов: для того, чтобы совокупность измеренных значений $(y_0;\ y_1; \dots;\ y_n)$ была бы наивероятнейшей, нужно выбрать функцию $\varphi(x)$, так, чтобы сумма квадратов отклонений измеренных значений y_i от $\varphi(x_i)$ была минимальной:

$$\sum_{i=0}^{n}[y_i - \varphi(x_i)]^2 \to min$$

Так обосновывается метод наименьших квадратов исходя из нормального закона распределения ошибок измерения и требования максимальной вероятности данной совокупности измеренных значений.

Оформление и внедрение результатов научных исследований.

Внедрение – сложный и трудоемкий процесс, требующий от исследователя не только разносторонних знаний, но и организаторских способностей, контактности, настойчивости, гибкости и инициативы.

Простейшей формой внедрения, общей для всех тем, является опубликование. Для некоторых тем это – единственная возможность внедрения (например, для исследования поискового характера). Для большинства работ опубликование – только первый шаг к внедрению.

Следующим этапом является внедрение результатов исследований в производство (сначала – опытный выпуск) и определение их действительной экономической и социальной эффективности. При наличии положительный результатов, значительного эффекта результаты исследования (продукция оборудование или технология) запускаются в серийное производство.

Внедрение результатов научного исследования проходит 3 стадии:

1. Подготовка к внедрению. Совместно с заказчиком составляется план внедрения, определяются последовательность и сроки внедрения, подготавливается необходимая документация (в случае организации производства нового пищевого продукта это: технические условия, технологическая инструкция, Санитарно-эпидемиологическое заключение, сертификат соответствия и др.).
2. Собственно внедрение. Включает использование систем учета, планирования и управления. На этой стадии производится уточнение отдельных положений исследования и выпуск опытной партии.
3. Завершение внедрения. Устраняются обнаруженные дефекты. Наибольшие трудности возникают в тех случаях, когда исследования проводились не по предварительному заказу (хоздоговорная тема), а по инициативе исследователя в расчете на широкий круг потребителей, иногда выходящий за пределы отрасли.

Оформление заявки на предполагаемое изобретение. В случае, когда результаты научно-исследовательской работы представляют собой новую конструкцию, материал, продукт, технологический процесс, их необходимо анализировать на предмет изобретения, и если таковое обнаруживается, оформлять заявку на это изобретение. Объектами изобретений могут быть: *устройство* (например, машина, прибор, инструмент); *способ* (например, изготовления изделия, получения вещества); *вещество* (сплав, смесь, раствор, полученный нехимическим путем материал, химическое соединение); *применение ранее известных* *устройств, способов, веществ по новому назначению с положительным эффектом* (без их изменения по существу); *штаммы микроорганизмов* (бактерий, вирусов, водорослей), продуцирующие полезные вещества или используемые непосредственно.

Изобретениями не признаются: методы и системы воспитания, преподавания, дрессировки животных; грамматика языка, системы информации; методы расчетов, математические решения задач; явно бесполезные решения; собственно научные открытия, не решающие какой-либо конкретной задачи и т.д.

В России действуют 2 формы охраны авторских прав изобретателей: авторские свидетельства и патенты. На изобретения выдаются авторские свидетельства, если изобретение создано в процессе работы автора в государственной, общественной организации или по ее заданию. Если изобретение создано российскими организациями совместно с иностранными организациями, то в порядке исключения на такое изобретение может быть выдан патент.

Список литературы:

1. Грушко И.М., Сиденко В.М. «Основы научных исследований» - Харьков: Высшая школа, 1983. – 224 с.
2. Закин Я.Х., Рашидов Н.Р. «Основы научного исследования» - Ташкент: Укитувчи, 1981. – 208 с.
3. Налимов В.В. «Применение математической статистики при анализе вещества» - М.: Наука, 1976. – 279 с.
4. Гмурман В.Е. «Теория вероятностей и математическая статистика» - М.: Физмат, 1960. – 430 с.
5. Шенк Х. «Теория инженерного эксперимента» - М.: Мир, 1972. – 381 с.
6. Адлер В.П. «Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий» - М.: Наука, 1976. – 430 с.
7. Василенко П.М., Погорельский Л.В. «Основы научных исследований» - Киев: Высшая школа, 1985. – 266 с.
8. Анисимов Г.Н. «Основы научных исследований: Учебное пособие» - Л.: ЛТА, 1983. - 72 с.
9. Ведянин Г.В. «Общая методика экспериментального исследования и обработки опытных данных» - М.: Колос, 1973. – 200с.
10. Зайдель А.Н. «Погрешности измерений физических величин» - Л.: Наука, 1985. – 112 с.
11. Борисов Ю.А., ОНИ УМК (Основы научных исследований). Персональный сайт [Электронный ресурс]; URL: http://borisov.3dn.ru/
12. Прикладная статистика. Правила определения оценок и доверительных границ для параметров нормального распределения. ГОСТ 11.004-74. – М.: Издательство стандартов, 1974. – 29 с.